

## 数据驱动二次相关滤波器 红外目标检测

高仕博<sup>1,2,\*</sup>, 程咏梅<sup>1</sup>, 赵永强<sup>1</sup>, 肖利平<sup>2,3</sup>

(1. 西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710072;

2. 北京航天自动控制研究所, 北京 100854;

3. 宇航智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100854)

**摘要:**针对传统红外目标检测算法易受目标和背景先验样本质量、目标姿态和视角及噪声等的影响,提出了一种新的基于稀疏编码的数据驱动二次相关滤波器目标检测算法,其中给出了目标自相关矩阵基字典的概念,该数据驱动滤波器模型能包容多种姿态和视角的目标,并能抑制噪声和样本质量的影响,同时可以舍弃对无规律背景样本的依赖,通过对行人和车辆的实验验证了该算法的有效性.所提算法的设计思想对诸多滤波器算法的改进具有很好的借鉴意义.

**关键词:**目标检测;稀疏编码;二次相关滤波器;数据驱动

**中图分类号:**TP391.4 **文献标识码:**A

### Data-driven quadratic correlation filter using sparse coding for infrared targets detection

GAO Shi-Bo<sup>1,2,\*</sup>, CHENG Yong-Mei<sup>1</sup>, ZHAO Yong-Qiang<sup>1</sup>, XIAO Li-Ping<sup>2,3</sup>

(1. College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China;

3. National Key Laboratory of Science and Technology on Aerospace Intelligent Control, Beijing 100854, China)

**Abstract:** The traditional target detection methods suffer from the quality of target and background training samples, attitude of target, visual angle of target and noise, etc. In order to overcome these limits, a novel method of data-driven quadratic correlation filter based on sparse coding was proposed, in which the dictionary of target autocorrelation matrix is built. This model not only detects target with multiple attitudes and visual angles, but also is insensitive to noise and the quality of training samples. This model is independent of the randomness in different backgrounds. The experimental results on pedestrian and vehicle show that the proposed algorithm is effective. The idea of proposed algorithm is a good reference for improving the methods of filtering.

**Key words:** object detection, sparse coding, quadratic correlation filter, data-driven

**PACS:** 42.30.Sy, 85.60.Gz

#### 引言

对具有一定大小和轮廓的红外特定目标进行检测在后续的目标截获、侦察、跟踪及锁定中具有重要意义,这里所指的红外特定目标包括行人、车辆、飞机及舰船等.该类目标的红外图像特点是有一定的

大小和轮廓,没有明显的纹理及清晰的形状信息,同一目标不同部位由于热辐射的差异导致灰度特征也不一致.红外目标图像中含有的特征相对较少,提取良好的特征较为困难,传统的训练 SVM 等分类器的目标检测方法难以取得较好地检测效果.一种基于自相关矩阵的二次相关滤波器(QCF)检测算法对红

收稿日期:2013-04-11,修回日期:2013-08-11

Received date: 2013-04-11, revised date: 2013-08-11

基金项目:国家自然科学基金(61071172);西安市科技计划项目(cxy1350(2))

Foundation items: Supported by National Natural Science Foundation of China(61071172);Xi'an Science and Technology Programme(cxy1350(2))

作者简介(Biography):高仕博(1982-),男,河北邢台人,博士,主要研究领域为目标检测、图像处理、机器学习

\*通讯作者(Corresponding author):E-mail: gaohbob@gmail.com

外目标检测具有简单有效的优点,引起了人们的兴趣<sup>[1-5]</sup>. QCF 利用目标和背景训练样本设计滤波器使得滤波器对目标数据的输出尽可能大,而背景的输出尽可能小. 根据不同的设计思想, QCF 有多种设计方法, 如: Rayleigh 商 QCF (RQQCF)<sup>[1]</sup>、Fukunaga-Koontz 变换 QCF (FKTQCF)<sup>[1,2]</sup>、子空间二次综合判别函数 (SSQDF)<sup>[3]</sup> 以及核 FKTQCF<sup>[4]</sup>、核 RQQCF<sup>[5]</sup> 等. 但 QCF 算法需要大量目标和背景训练样本估计目标和背景的自相关矩阵期望, 由此造成的不足有: (1) 训练样本中的目标具有多种姿态和视角, 采用传统统计意义上的单一自相关矩阵期望统一描述所有的训练样本将会损失大量有效信息; (2) 目标训练样本中由于人为误判有可能混有少量的非目标样本或者部分目标训练样本受噪声干扰, 都会对目标自相关矩阵期望的估计产生影响; (3) 在实际应用中, 通常需要对未知场景进行目标检测, 不同场景的背景不一定能相互完全描述, 如: 城市场景下的背景样本难以描述野外场景, 造成未知场景背景自相关矩阵期望估计的困难. 鉴于此, 本文从 QCF 的特点出发, 提出了一种新的基于稀疏编码的数据驱动二次滤波器算法 (DDQCF), 该算法能由数据本身特点估计该数据的最优自相关矩阵期望, 并完成对该数据最优检测器的设计. 实验结果表明本文算法能较好完成目标检测, 对目标姿态、视角变化以及噪声干扰等有一定的鲁棒性.

## 1 数据驱动二次相关滤波器目标检测算法

### 1.1 数据驱动二次相关滤波器模型

二次相关滤波器的基本概念是对样本数据  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ , 该样本的二次相关滤波器输出为:

$$L = \mathbf{x}^T \mathbf{G} \mathbf{x} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m g_{ij} x_i x_j, \quad (1)$$

其中系数矩阵  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  为二次相关滤波器 ( $g_{ij}$  为其元素), 一般  $\mathbf{G} = \sum_{n=1}^N \mathbf{q}_n \mathbf{q}_n^T$ , 式中  $\mathbf{q}_n \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  为正交单位向量. 设目标训练样本  $\mathbf{x}$  的数量为  $n_x$ , 背景样本  $\mathbf{y}$  的数量为  $n_y$ , 基于 Rayleigh 商思想<sup>[1]</sup> 设计的 RQQCF 就是寻找  $\mathbf{G}$  使得目标与背景滤波器响应之间的距离尽量大, 即:

$$\begin{aligned} & \operatorname{argmax}_{\mathbf{G}} E\{L_x\} - E\{L_y\} \\ &= \operatorname{argmax}_{\mathbf{G}} \left[ \left( \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{x}_i^T \mathbf{G} \mathbf{x}_i \right) / n_x - \left( \sum_{j=1}^{n_y} \mathbf{y}_j^T \mathbf{G} \mathbf{y}_j \right) / n_y \right] \\ &= \operatorname{argmax}_{\{\mathbf{q}_n\}_{n=1}^N} \left[ \sum_{n=1}^N \mathbf{q}_n^T \left( \left( \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \right) / n_x - \left( \sum_{j=1}^{n_y} \mathbf{y}_j \mathbf{y}_j^T \right) / n_y \right) \mathbf{q}_n \right] \end{aligned}$$

$$= \operatorname{argmax}_{\{\mathbf{q}_n\}_{n=1}^N} \left[ \sum_{n=1}^N \mathbf{q}_n^T (\mathbf{R}_x - \mathbf{R}_y) \mathbf{q}_n \right], \quad (2)$$

式中  $E\{\cdot\}$  表示数学期望运算,  $\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} = \left( \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \right) / n_x$  和  $\mathbf{R}_y = E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^T\} = \left( \sum_{j=1}^{n_y} \mathbf{y}_j \mathbf{y}_j^T \right) / n_y$  分别为估计的目标和背景训练样本的自相关矩阵期望. 自相关矩阵期望是综合所有目标或背景训练样本自相关矩阵的结果, 在目标姿态和视角变化时, 目标个体的自相关矩阵特征与目标自相关矩阵期望有差异, 同时, 在训练样本数量不足或者训练样本受到污染的情况下,  $\mathbf{R}_x$  并不具有统计意义, 用  $\mathbf{R}_x$  统一描述所有目标训练样本将会损失大量有效信息; 另外, 在实际应用中, 背景样本较为随机, 不但需要大量的训练样本估计背景自相关矩阵期望, 而且难以预先获知未知场景下的背景样本, 无法完成 QCF 设计. 一种可行的方式是建立不需要估计背景自相关矩阵期望的 QCF, 由式(2)有:

$$\begin{aligned} E\{L_x\} - E\{L_y\} &= \sum_{n=1}^N \mathbf{q}_n^T \left( \left( \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \right) / n_x - \left( \sum_{j=1}^{n_y} \mathbf{y}_j \mathbf{y}_j^T \right) / n_y \right) \mathbf{q}_n \\ &= \left( \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{n=1}^N \mathbf{q}_n^T (\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T - \mathbf{y}_j \mathbf{y}_j^T) \mathbf{q}_n \right) / (n_x n_y) \\ &= \frac{1}{n_x n_y} \left( \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} (\mathbf{x}_i^T \mathbf{G} \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_j^T \mathbf{G} \mathbf{y}_j) \right) = \frac{1}{n_x n_y} \left( \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} \Delta L_{i,j} \right), \quad (3) \end{aligned}$$

其中  $\Delta L_{i,j} = \mathbf{x}_i^T \mathbf{G} \mathbf{x}_i - \mathbf{y}_j^T \mathbf{G} \mathbf{y}_j$ , 表示任一目标训练样本与任一背景训练样本的滤波器响应之差, 可以看出  $\mathbf{G}_0 =$

$$\operatorname{argmax}_{\mathbf{G}} E\{L_x\} - E\{L_y\} \text{ 等价于 } \mathbf{G}_0 = \operatorname{argmax}_{\mathbf{G}} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} \Delta L_{i,j},$$

即 QCF 系数矩阵  $\mathbf{G}_0$  应使得所有的目标与背景训练样本的滤波器响应之差  $\Delta L_{i,j}$  的数学期望最大, 因此, QCF 是一个统计意义上的滤波器, 该滤波器对训练样本整体来说是最优的, 但对指定的样本而言是次优的. 对输入的测试样本  $\mathbf{z}$ , 应通过最能反映  $\mathbf{z}$  的目标和背景自相关矩阵期望来构造滤波器, 从  $\mathbf{R}_x = \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T / n_x = \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{r}_{x_i} / n_x$  可以看出 (其中  $\mathbf{r}_{x_i} = \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T$  是样本  $\mathbf{x}_i$  的自相关矩阵), 目标自相关矩阵期望  $\mathbf{R}_x$  是样本  $\mathbf{x}_i$  的自相关矩阵  $\{\mathbf{r}_{x_i}\}_{i=1}^{n_x}$  的某种函数, 而红外目标本身呈现基本相同的物理特性, 使之有可能通过某种形式建立函数关系. 假设  $\mathbf{z}$  的目标自相关矩阵期望是  $\{\mathbf{r}_{x_i}\}_{i=1}^{n_x}$  的某种函数, 表示为  $\hat{\mathbf{R}}_z \cong \Gamma(\{\mathbf{r}_{x_i}\}_{i=1}^{n_x})_z$ , 其中  $\Gamma(\cdot)_z$  表示对  $\mathbf{z}$  来说存在的某种函数关系, 可以认为  $\Gamma(\{\mathbf{r}_{x_i}\}_{i=1}^{n_x})_z$  是  $\mathbf{z}$  中含有的目标自相关矩阵信息, 对应的  $\bar{\mathbf{R}}_z = \mathbf{R}_z - \Gamma(\{\mathbf{r}_{x_i}\}_{i=1}^{n_x})_z$  反映了  $\mathbf{z}$  中含有的非目标自相关矩阵信息, 可以看作是

背景自相关矩阵期望,将上述估计的目标和背景自相关矩阵期望代入到式(2)中可得到对  $\mathbf{z}$  的 QCF 滤波器,即:

$$\operatorname{argmax}_{\{\mathbf{q}_{n,z}\}_{n=1}^N} \sum_{n=1}^N \mathbf{q}_{n,z}^T (\hat{\mathbf{R}}_z - \bar{\mathbf{R}}_z) \mathbf{q}_{n,z} \quad (4)$$

此时设计的滤波器  $\{\mathbf{q}_{n,z}\}_{n=1}^N$  很大程度上由输入测试样本数据  $\mathbf{z}$  的自身最优自相关矩阵期望决定,可称为由样本数据驱动的 QCF. 由式(4)设计的数据驱动 QCF 与目标训练样本数据和测试数据有关,能处理不同姿态和视角的目标,而且不需知道背景训练样本,能满足未知场景下的红外目标检测. 其中的一个关键问题是如何寻找目标自相关矩阵之间的函数关系  $\Gamma(\{\mathbf{r}_{x_i}\}_{i=1}^{n_x})_z$ .

## 1.2 目标自相关矩阵基字典学习

目标本身具有的规律性特点使得目标的自相关矩阵具有一定的结构信息,目标自相关矩阵期望与不同目标个体的自相关矩阵表现有差异,在训练样本数量不足时,估计的自相关矩阵期望并不具有统计意义,在目标姿态和视角变化时,目标个体的自相关矩阵特征难以用目标自相关矩阵期望来准确反映. 这里提出一种目标自相关矩阵基字典的概念扩展传统的自相关矩阵的估计,所谓目标自相关矩阵基字典,是指任一目标的自相关矩阵期望都可由该目标自相关矩阵基字典的线性组合来表示,设  $\{\Psi_k\}_{k=1}^K$  是目标自相关矩阵基字典,  $\Psi_k \in \mathbf{R}^{m \times m}$  为目标自相关矩阵基,任一目标样本数据  $\mathbf{x}$  的最优自相关矩阵期望  $\mathbf{R}_x$  都可由  $\{\Psi_k\}_{k=1}^K$  生成,表示为:

$$\mathbf{R}_x = \sum_{k=1}^K \beta_k \Psi_k \quad (5)$$

其中  $\{\beta_k\}_{k=1}^K$  是权重系数.  $\{\Psi_k\}_{k=1}^K$  中包含了多种姿态或视角的目标自相关矩阵,样本数据  $\mathbf{x}$  的最优自相关矩阵期望  $\mathbf{R}_x$  应由  $\{\Psi_k\}_{k=1}^K$  中符合  $\mathbf{R}_x$  的基(或原子)来表示,个数理应较少,因此本文对权重系数采用稀疏性约束,即  $\|\boldsymbol{\beta}\|_0 \leq C$ , 式中  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_K)^T \in \mathbf{R}^{K \times 1}$  是权重系数向量,  $\|\cdot\|_0$  为 0 范数,表示向量  $\boldsymbol{\beta}$  中的非零元素数(不超过  $C$ ),该约束是一个很合理的假设,稀疏性约束在检测识别等方面有很好的效果,在许多文献中已有所论述<sup>[6-7]</sup>. 这里需要从已知目标训练样本数据中学习  $\{\Psi_k\}_{k=1}^K$ , 式子  $\mathbf{R}_x = \sum_{k=1}^K \beta_k \Psi_k$  可写为  $\min \|\mathbf{R}_x - \sum_{k=1}^K \beta_k \Psi_k\|_F^2$ , 其中  $\|\cdot\|_F$  表示  $F$  范数,对所有目标训练样本来说是一个稀疏编码优化问题,代价函数为:

$$\operatorname{argmin}_{\{\Psi_k\}, \{\beta_{x_i}\}} \sum_{i=1}^{n_x} \left\| \mathbf{R}_{x_i} - \sum_{k=1}^K \beta_{k,x_i} \Psi_k \right\|_F^2 \quad (6)$$

$$s. t. \|\boldsymbol{\beta}_{x_i}\|_0 \leq C, h(\Psi_k) = \pi$$

其中  $\boldsymbol{\beta}_{x_i} = (\beta_{1,x_i}, \dots, \beta_{K,x_i})^T$  为  $\mathbf{R}_{x_i}$  的系数向量,  $h(\Psi_k) = \pi$  表示对  $\Psi_k$  的某种约束,目的是使式(6)不产生奇异解(即解的唯一性). 一般求解方法是对

上式采用向量化方式处理  $\operatorname{argmin}_{\{\boldsymbol{\varphi}_k\}, \{\boldsymbol{\beta}_{x_i}\}} \sum_{i=1}^{n_x} \|\mathbf{f}_{x_i} - \sum_{k=1}^K \beta_{k,x_i} \boldsymbol{\varphi}_k\|_F^2$ , 式中  $\mathbf{f}_{x_i} = \operatorname{vec}(\mathbf{R}_{x_i}) \in \mathbf{R}^{m^2 \times 1}$ ,  $\boldsymbol{\varphi}_k = \operatorname{vec}(\Psi_k) \in \mathbf{R}^{m^2 \times 1}$ ,  $\operatorname{vec}(\cdot)$  表示矩阵的向量化,令  $\mathbf{Y} =$

$(\boldsymbol{\varphi}_1, \dots, \boldsymbol{\varphi}_K) \in \mathbf{R}^{m^2 \times K}$ , 前式等价于  $\operatorname{argmin}_{\mathbf{Y}, \{\boldsymbol{\beta}_{x_i}\}} \sum_{i=1}^{n_x} \|\mathbf{f}_{x_i} -$

$\mathbf{Y} \boldsymbol{\beta}_{x_i}\|_F^2$ , 是典型的字典学习模型,但对目标自相关矩阵来说,字典维数  $m^2$  与字典大小  $K$  相比会很大,即  $m^2 \gg K$ ,  $\mathbf{Y}$  为不完备字典,此时诸如 K-SVD、MOD 等算法<sup>[7]</sup> 难以求解,这里给出一种基于矩阵分解的字典学习算法. 回到式(6),矩阵  $\Psi_k$  奇异值分解为  $\Psi_k = \sum_z \sigma_{k,z} \mathbf{u}_{k,z} \mathbf{v}_{k,z}^T$ , 其中  $\mathbf{u}_{k,z}$  和  $\mathbf{v}_{k,z}$  分别为左和右奇异正交单位向量,  $\sigma_{k,z}$  为对应的奇异值,这样:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= \sum_{k=1}^K \beta_k \Psi_k = \sum_{k=1}^K \left( \sum_z \beta_k \sigma_{k,z} \mathbf{u}_{k,z} \mathbf{v}_{k,z}^T \right) \\ &= \sum_{k=1}^K \left( \sum_z \delta_{k,z} \mathbf{u}_{k,z} \mathbf{v}_{k,z}^T \right) = \sum_e \delta_e \mathbf{u}_e \mathbf{v}_e^T \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\delta_{k,z} = \beta_k \sigma_{k,z}$ ,  $\delta_e$  由相应的  $\delta_{k,z}$  组成,  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_K)^T$  的稀疏性会使得很多  $\delta_e$  也为 0, 另外,将  $\mathbf{u}_e \mathbf{v}_e^T$  泛化为  $\mathbf{u}_{c_1} \mathbf{v}_{c_2}^T$ , 其中  $\mathbf{u}_{c_1}$  和  $\mathbf{v}_{c_2}$  均为单位向量,即  $\|\mathbf{u}_{c_1}\|_F^2 = 1$ ,  $\|\mathbf{v}_{c_2}\|_F^2 = 1$ , 这样上式转化为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= \sum_e \delta_e \mathbf{u}_e \mathbf{v}_e^T \Rightarrow \mathbf{R}_x = \\ &\sum_{c_1, c_2} \delta_{c_1, c_2} \mathbf{u}_{c_1} \mathbf{v}_{c_2}^T = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma}_x \mathbf{V}^T \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{c_1}] \in \mathbf{R}^{m \times c_1}$  和  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{c_2}] \in \mathbf{R}^{m \times c_2}$ , 分别可称为左、右奇异字典矩阵,  $(\boldsymbol{\Sigma}_x)_{c_1, c_2} = \delta_{c_1, c_2}$ ,  $\boldsymbol{\Sigma}_x \in \mathbf{R}^{c_1 \times c_2}$  为稀疏奇异矩阵, 这里式(8)与传统的奇异值分解以及稀疏奇异值分解<sup>[8]</sup> 有本质区别, 这里的  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  不再必须为正交矩阵, 具有更普遍的意义, 这样式(6)所示代价函数转化为:

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{U}, \mathbf{V}, \{\boldsymbol{\beta}_{x_i}\}} \sum_{i=1}^{n_x} \left\| \mathbf{R}_{x_i} - \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma}_{x_i} \mathbf{V}^T \right\|_F^2 \quad (9)$$

$$s. t. \|\boldsymbol{\Sigma}_{x_i}\|_0 \leq C, \|\mathbf{u}_{c_1}\|_F^2 = 1, \|\mathbf{v}_{c_2}\|_F^2 = 1$$

其中  $\|\mathbf{u}_{c_1}\|_F^2 = 1$  和  $\|\mathbf{v}_{c_2}\|_F^2 = 1$  是对  $\mathbf{u}_{c_1}$  和  $\mathbf{v}_{c_2}$  的单位向量约束, 即为对  $\Psi_k$  的某种约束  $h(\Psi_k) = \pi$ , 防止

产生多组解.求得  $U$  和  $V$  后,可以唯一确定其对应的字典  $\Psi_k$ ,为便于求解采用交替优化算法,即:依次固定其中两个变量求解余下的一个变量,多次迭代直至收敛,整个算法优化过程如下:

① 更新稀疏奇异矩阵  $\Sigma_{x_i}$ ,固定左、右奇异字典矩阵  $U$  和  $V$  求解  $\Sigma_{x_i}$ ,即:

$$\begin{aligned} \operatorname{argmin}_{\Sigma_{x_i}} \left\| R_{x_i} - U \Sigma_{x_i} V^T \right\|_F^2, \\ \text{s. t. } \left\| \Sigma_{x_i} \right\|_0 \leq C \end{aligned}, \quad (10)$$

对于该式,按照前面讨论的向量化处理方式  $\operatorname{argmin}_{\beta_{x_i}} \left\| \mathbf{f}_{x_i} - Y \beta_{x_i} \right\|_F^2$ , s. t.  $\left\| \beta_{x_i} \right\|_0 \leq C$ ,字典中的原子  $(Y)_{C_1(c_2-1)+c_1} = \varphi_{C_1(c_2-1)+c_1} = \operatorname{vec}(\mathbf{u}_{c_1} \mathbf{v}_{c_2}^T)$ ,  $Y \in \mathbb{R}^{m^2 \times C_1 C_2}$ ,  $(\beta_{x_i})_{C_1(c_2-1)+c_1} = (\Sigma_{x_i})_{c_1, c_2}$ ,采用基于 Cholesky 分解的 B-OMP 算法<sup>[9]</sup>对该问题进行稀疏编码,先将每个原子乘以一个系数因子进行归一化,采用 B-OMP 完成稀疏编码后,对应每个原子的系数除以对应的系数因子获得  $\beta_{x_i}$ ,再将  $\beta_{x_i}$  对应变换到  $\Sigma_{x_i}$ .

② 更新左奇异字典矩阵  $U$ ,固定右奇异字典矩阵  $V$  和稀疏奇异矩阵  $\Sigma_{x_i}$  更新  $U$ ,即:

$$\operatorname{argmin}_U \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - U \Sigma_{x_i} V^T \right\|_F^2, \text{ s. t. } \left\| \mathbf{u}_{c_1} \right\|_F^2 = 1, \quad (11)$$

上式  $\sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - U \Sigma_{x_i} V^T \right\|_F^2 = \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - U \Pi_{x_i} \right\|_F^2$ ,式中  $\Pi_{x_i} = \Sigma_{x_i} V^T$ ,这里采用矩阵更新中常用的逐列更新思想优化上式,即:

$$\begin{aligned} \operatorname{argmin}_{u_j} \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - U \Pi_{x_i} \right\|_F^2 &= \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - \sum_j \mathbf{u}_j \pi_{x_i, j} \right\|_F^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n_x} \left\| \tilde{R}_{x_i} - \mathbf{u}_j \pi_{x_i, j} \right\|_F^2, \text{ s. t. } \left\| \mathbf{u}_j \right\|_F^2 = 1, \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $\pi_{x_i, j}$  是  $\Pi_{x_i}$  的第  $j$  行向量,  $\mathbf{u}_j$  是  $U$  的第  $j$  列向量,  $\tilde{R}_{x_i} = R_{x_i} - \sum_{g \neq j} \mathbf{u}_g \pi_{x_i, g}$ ,采用拉格朗日算法求解上式,即

对  $J(\mathbf{u}_j, \zeta) = \sum_{i=1}^{n_x} \left\| \tilde{R}_{x_i} - \mathbf{u}_j \pi_{x_i, j} \right\|_F^2 + \zeta (\left\| \mathbf{u}_j \right\|_F^2 - 1)$  进行

偏微分后取零,其解为  $\mathbf{u}_j = \left( \sum_{i=1}^{n_x} \tilde{R}_{x_i} \pi_{x_i, j}^T \right) \left( \sum_{i=1}^{n_x} \pi_{x_i, j} \pi_{x_i, j}^T + \zeta \right)^{-1}$ ,其中  $\left( \sum_{i=1}^{n_x} \pi_{x_i, j} \pi_{x_i, j}^T + \zeta \right)^{-1}$  为标量,再对  $\mathbf{u}_j$  进

行归一化处理  $\mathbf{u}_j = \mathbf{u}_j / \left\| \mathbf{u}_j \right\|_F = \left( \sum_{i=1}^{n_x} \tilde{R}_{x_i} \pi_{x_i, j}^T \right) /$

$\left\| \sum_{i=1}^{n_x} \tilde{R}_{x_i} \pi_{x_i, j}^T \right\|_F$ ,即获得  $U$  的第  $j$  列向量最优值,对

$U$  逐列迭代更新,可最优化  $U$ .

③ 更新右奇异字典矩阵  $V$ ,固定左奇异字典矩

阵  $U$  和稀疏奇异矩阵  $\Sigma_{x_i}$  更新  $V$ ,即

$$\begin{aligned} \operatorname{argmin}_V \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - U \Sigma_{x_i} V^T \right\|_F^2 &= \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - S_{x_i} V^T \right\|_F^2 \\ \text{s. t. } \left\| \mathbf{v}_{c_2} \right\|_F^2 &= 1 \end{aligned}, \quad (13)$$

其中  $S_{x_i} = U \Sigma_{x_i}$ ,将式(13)变换为  $\operatorname{argmin}_V \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} -$

$S_{x_i} V^T \right\|_F^2 = \operatorname{argmin}_V \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i}^T - V S_{x_i}^T \right\|_F^2$ ,此时对  $V$  的优化过程与优化  $U$  的过程相同.

经过上述①~③的多次迭代可最优化式(9),学习出  $U$  和  $V$ ,相应的可以求出目标自相关矩阵字典中的原子  $\Psi_{C_1(c_2-1)+c_1} = \mathbf{u}_{c_1} \mathbf{v}_{c_2}^T$ ,该字典  $\{\Psi_k\}_{k=1}^K$  不但能反映目标自相关矩阵的公共结构信息,同时能更为精细地区分多种形态的目标自相关矩阵.传统

的自相关矩阵期望  $R = \sum_{j=1}^{n_x} R_{x_j} / n_x$  可以看作是

$\operatorname{argmin}_R \sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - R \right\|_F^2$  的最优解,而  $\sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - R \right\|_F^2$

是式(6)  $\sum_{i=1}^{n_x} \left\| R_{x_i} - \sum_{k=1}^K \beta_{k, x_i} \Psi_k \right\|_F^2$  在  $K=1, \beta_{x_i} = 1$  时的特殊情况,式(6)更具有广义性和代表性,扩展了传统统计意义上的自相关矩阵数学期望表示;同时,上述字典优化方法直接从数据的矩阵形式出发,能较好处理小样本矩阵数据的字典学习问题,扩展了传统的向量字典优化方法.

通过上述算法学习到目标自相关矩阵基字典,对输入测试样本数据  $\mathbf{z}$  先计算其自相关矩阵  $r_z = \mathbf{z} \mathbf{z}^T$ ,再在  $\{\Psi_k\}_{k=1}^K$  上按照式(10)进行稀疏编码,可得到  $r_z$  的稀疏奇异值矩阵  $\hat{\Sigma}_z$ ,这样测试样本数据  $\mathbf{z}$  的自相关矩阵  $r_z$  在  $\{\Psi_k\}_{k=1}^K$  上的稀疏重构可表示为  $\hat{R}_z = U \hat{\Sigma}_z V^T$ ,称为数据驱动的目标自相关矩阵期望,再根据  $\tilde{R}_z = R_z - \hat{R}_z$  计算  $\mathbf{z}$  的背景自相关矩阵期望,然后优化式(4)所示  $G_z = \sum_{n=1}^N \mathbf{q}_{n, z} \mathbf{q}_{n, z}^T$ ,即:

$$\operatorname{argmax}_{\{\mathbf{q}_{n, z}\}_{n=1}^N} \sum_{n=1}^N \mathbf{q}_{n, z}^T (\Delta R_z) \mathbf{q}_{n, z}, \quad (14)$$

其中  $\Delta R_z = \hat{R}_z - R_z$ ,可使用 RQQCF 思想设计数据驱动 QCF 的求解方法,将  $G_z$  表示为  $G_z = G_{A, z} - G_{B, z}$ ,

式中  $G_{A, z} = \sum_{n=1}^{N_1} \gamma_{n, z} \mathbf{h}_{n, z} \mathbf{h}_{n, z}^T$ ,  $G_{B, z} = \sum_{n=1}^{N_2} \chi_{n, z} \mathbf{p}_{n, z} \mathbf{p}_{n, z}^T$ ,这里的  $\mathbf{h}_{n, z}, \mathbf{p}_{n, z}$  为正交单位向量,  $\gamma_k$  和  $\chi_k$  为 0、1 权重

因子.式(14)优化转化为分别优化  $\operatorname{argmax}_{\{\mathbf{h}_{n, z}, \gamma_{n, z}\}_{n=1}^{N_1}} \sum_{n=1}^{N_1} \gamma_{n, z}$

$\mathbf{h}_{n,z}^T (\Delta \mathbf{R}_z) \mathbf{h}_{n,z}$  和  $\operatorname{argmax}_{\{\mathbf{p}_{n,z}, \chi_{n,z}\}} \sum_{n=1}^{N_2} \chi_{n,z} \mathbf{p}_{n,z}^T (-\Delta \mathbf{R}_z) \mathbf{p}_{n,z}$ , 通过特征值分解  $(\Delta \mathbf{R}_z) \mathbf{h}_{n,z} = \lambda_{n,z} \mathbf{h}_{n,z}$  求解  $\mathbf{h}_{n,z}$ , 相应的权重  $\gamma_{n,z} = \begin{cases} 1, & \mathbf{h}_{n,z}^T (\Delta \mathbf{R}_z) \mathbf{h}_{n,z} > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ , 进而可以根据  $\mathbf{G}_{A,z} = \sum_{n=1}^{N_1} \gamma_{n,z} \mathbf{h}_{n,z} \mathbf{h}_{n,z}^T$  求得  $\mathbf{G}_{A,z}$ ,  $N_1$  为特征向量个数. 同理, 可求得  $\mathbf{G}_{B,z}$ , 因此测试样本数据  $\mathbf{z}$  的滤波器输出为:

$$L_z = \mathbf{z}^T \mathbf{G}_z \mathbf{z} = \mathbf{z}^T (\mathbf{G}_{A,z} - \mathbf{G}_{B,z}) \mathbf{z}. \quad (15)$$

选取阈值  $\varepsilon$ , 如果滤波器输出值  $L_z$  大于  $\varepsilon$ , 判断该样本为目标, 否则为背景, 对整个待检场景采用数据驱动 QCF 进行全局搜索完成目标检测.

## 2 实验结果与讨论

为了验证所提算法的有效性, 分别对不同场景下的行人、车辆等红外目标进行实验. 所用传感器为非制冷式远红外传感器, 成像分辨率  $320 \times 240$  像素, 成像波段范围  $8 \sim 14 \mu\text{m}$ , 物镜直径  $150 \text{ mm}$ , 空间分辨率  $0.3 \text{ mrad}$ , 识别距离  $2 \text{ km}$ . 行人目标样本大小为  $19 \times 11$  像素, 样本数量为  $300$ , 行人具有多种姿态: 侧面、正面、站立及行走等, 如图 1(a) 所示; 车辆目标样本大小为  $15 \times 17$  像素, 样本数量为  $500$ , 车辆向多个方向行驶, 车辆的姿态和视角不同, 尾气管、车灯及轮胎较亮, 车窗等玻璃部分较暗, 如图 1(b) 所示.

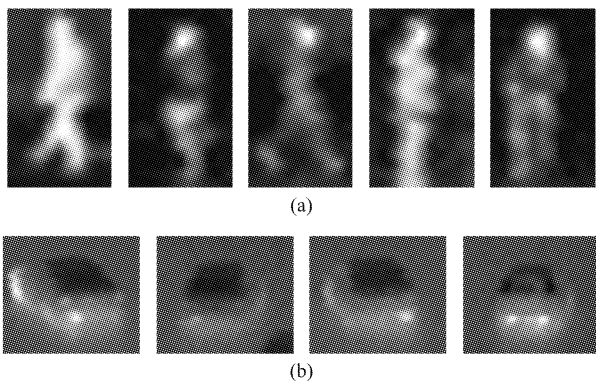


图 1 目标训练样本(a) 行人;(b) 车辆  
Fig. 1 Target training samples, (a) pedestrian, and (b) vehicle

选择如下几种算法作为对比算法: 1. RQQCF<sup>[1]</sup>; 2. 余弦变换 QCF 检测算法 (TDRQQCF)<sup>[10]</sup>, 本文取前 60 个余弦变换主系数; 3. SSQSDF<sup>[3]</sup>. 实验时对所有训练和测试样本向量均进行零均值和归一化预处理, 在四核 i5-3.1 GHz CPU/8 GB 内存的计算机

上采用 MATLAB R2010a 进行实验. 本文算法的具体实现步骤如下图 2 所示:

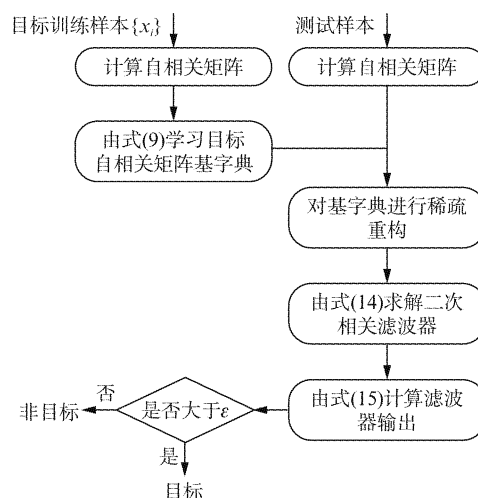
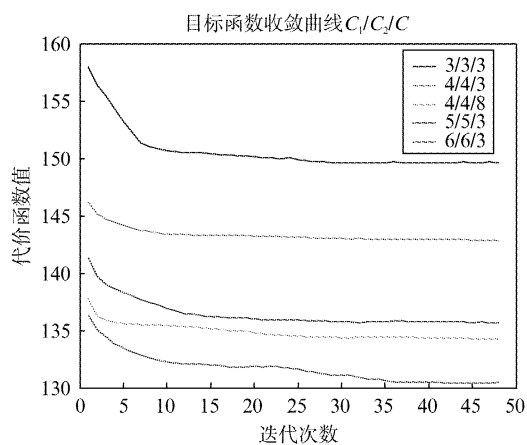


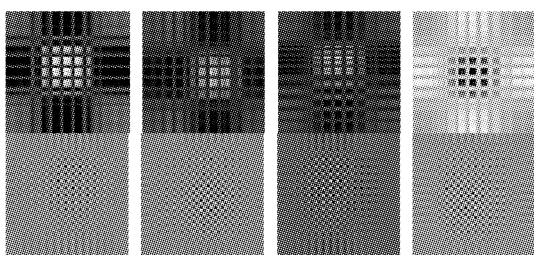
图 2 本文算法实现流程图  
Fig. 2 The implementing flow chart of the proposed method

在实际应用中, 需要考虑如何选取本文 DDQCF 算法中的字典大小  $C_1$  和  $C_2$  以及稀疏性参数  $C$ . 一般来说, 如果待检图像的信噪比较低, 应使用较大的  $C_1$ 、 $C_2$  及相对较小的  $C$ , 通过增大字典, 选取其中较少的主要原子, 通过稀疏重构能抑制过多的噪声, 强化主要结构; 如果待检图像的信噪比较高, 使用较小的  $C_1$ 、 $C_2$  和相对较大的  $C$ , 通过稀疏重构能较好反映样本信息, 保留主要结构. 本文先采用鲁棒中值估计器<sup>[11]</sup> 估计噪声标准差  $\sigma$ :  $\sigma \approx \operatorname{med}(|\mathbf{W}_1^D|) / 0.6745$ , 其中  $\mathbf{W}_1^D$  是待检图像一层正交小波分解后的对角系数,  $\operatorname{med}(\cdot)$  是中值函数. 对字典大小  $C_1$ 、 $C_2$  的选取标准为  $C_1 = C_2 = \lceil 1 + \sqrt{\sigma} \rceil$ , 其中  $\lceil \cdot \rceil$  为向上取整运算, 同时  $C_1$ 、 $C_2$  的取值不能超过训练样本数量, 对于干净图像  $C_1$  和  $C_2$  至少取为 2, 如果噪声干扰十分严重 (噪声标准差  $\sigma$  大于 50), 此时讨论目标检测没有意义, 本文将不予考虑; 同时, 对于稀疏性参数  $C$ , 本文采用一种粗略的选取方法  $C = \lceil C_1 C_2 / (\sigma + 1) \rceil$ . DDQCF 算法在学习行人目标自相关矩阵基字典时不同参数对应的收敛曲线, 如图 3(a) 所示; 并给出了部分行人和车辆目标自相关矩阵基字典如图 3(b) 所示, 从中看出目标自相关矩阵基字典能涵盖多种形态的目标. 对 300 个训练样本的行人目标, 训练参数  $C_1/C_2/C$  为 5/5/3 的基字典进行 50 次迭代所需的运行时间为 97.9 秒, 一般来说迭代 20 ~ 30 次就满足收敛要求; 对 500 个训练样

本的车辆目标,训练参数  $C_1/C_2/C$  为 4/4/4 的基字典进行 50 次迭代所需的运行时间为 253.3 秒,一般来说迭代 30~40 次就满足收敛要求.



(a)



(b)

图3 目标自相关矩阵基字典学习 (a) 行人目标不同参数下的基字典学习代价函数收敛曲线; (b) 学习的部分目标自相关矩阵基 (前 4 列为行人目标, 后 4 列为车辆目标)

Fig. 3 Target auto-correlation matrix dictionary learning. (a) The convergence curve of cost function for pedestrian with different parameters; (b) Atoms of target auto-correlation matrix (first 4 columns for pedestrian; last 4 columns for vehicle)

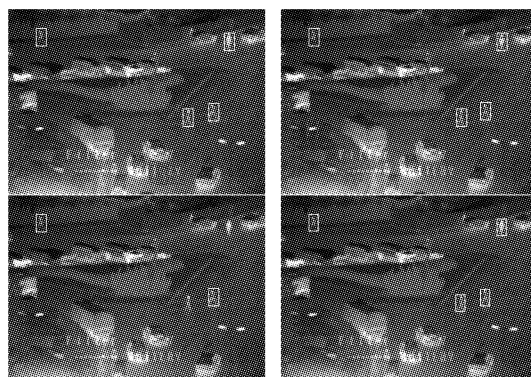
一般在目标位置邻域内有多个响应值有较大的输出,将该邻域内峰值所在位置确定为目标的中心位置,如果其他子图像与该峰值子图像的重合面积大于 70%,将其归为一个目标,峰值子图像代表该目标,实验结果中白色方框标识检测到的正确目标位置,非白色方框标识检测到的目标位置与真实目标位置有偏差或者没有真实目标.除了视觉显示检测效果外,定量评价采用如下 3 个指标<sup>[4,12]</sup>: 1. 信

噪比增益 ( $SNRg$ ), 定义为  $SNRg = \frac{SNR_{out}}{SNR_{in}}$ , 这里

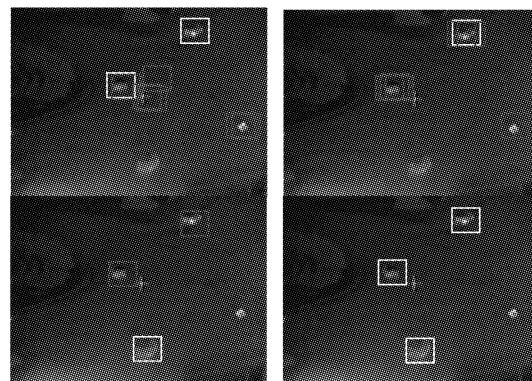
$SNR_{in}$  和  $SNR_{out}$  分别表示滤波前后的信噪比, 信噪比定义为  $SNR = |\mu_t - \mu_b| / \sigma_b$ , 其中  $\mu_t$  是目标处灰度值,  $\mu_b$  是背景灰度均值,  $\sigma_b$  是背景标准差, 该指标衡量滤波前后目标的增强程度,  $SNRg$  值越大表明对目

标增强效果越好; 2. 背景抑制因子 ( $BSF$ ), 定义为  $BSF = C_{in} / C_{out}$ , 其中  $C_{in}$  为和  $C_{out}$  分别表示图像滤波前后的背景方差, 该指标反映了算法的背景抑制能力,  $BSF$  越大说明算法抑制背景能力越强; 3. ROC 曲线, ROC 曲线用于描述在不同阈值条件下检测概率与虚警概率的变化关系, 本文将检测概率定义为检测出的正确目标子图像数与真实目标子图像数的比值, 虚警概率定义为将背景子图像误检为目标的数量与真实背景子图像数的比值, 检测概率越高, 虚警概率越低, 则检测效果越好, 也就是 ROC 曲线越靠左上方检测算法性能越好, ROC 曲线能更直观全面的评价算法的性能和可信度.

行人和车辆目标待检测场景大小分别为  $200 \times 280$  像素和  $116 \times 157$  像素. 对于需要背景训练样本的检测算法, 从背景中随机截取 50 个背景训练样本, 多种算法的检测结果如图 4 所示, 选取的阈值以尽量能检测到全部目标为准, 通过视觉比较此时的虚警数来判断算法的好坏.



(a)



(b)

图4 实验结果 (第一列 RQQCF, 第二列 TDRQQCF, 第三列 SSQSDF, 第四列 DDQCF) (a) 行人 (DDQCF 参数  $C_1/C_2/C$ : 3/3/2); (b) 车辆 (参数  $C_1/C_2/C$ : 4/4/4)

Fig. 4 Experimental results (First column RQQCF; Second TDRQQCF; Third SSQSDF; Fourth DDQCF). (a) Pedestrian; (b) Vehicle

从图 4 的检测结果可以看出,RQQCF 算法为了能检测到全部目标付出的代价是更多的虚警目标,SSQSDF 算法检测的目标位置与真实的位置有偏差,TDRQQCF 算法易将亮度较高的小区域也检测为目标,产生大量虚警目标,对目标判断产生干扰.从三组实验结果看,DDQCF 算法能精确估计不同目标的最优自相关矩阵期望,而且不受背景训练样本数量对背景自相关矩阵期望估计的影响,检测效果最好.用 10 幅行人目标待检场景图像(其中共有 34 个目标)和 16 幅车辆目标待检场景图像(其中共有 29 个目标)描述不同检测算法的 ROC 曲线,如下图 5 所示.

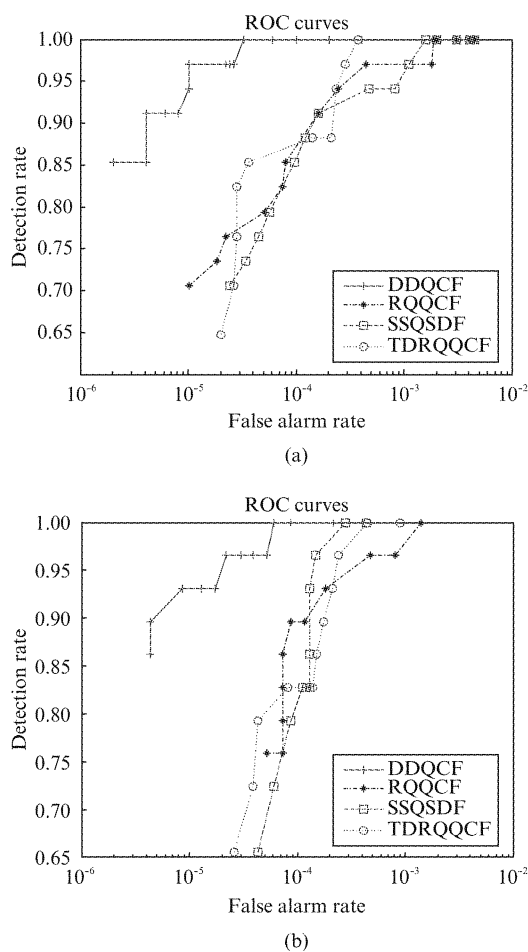


图 5 不同检测算法的 ROC 曲线(a)行人;(b)车辆  
Fig. 5 ROC curves. (a) Pedestrian; (b) Vehicle

可以看出,RQQCF、TDRQQCF 和 SSQSDF 算法的 ROC 差不多,在相同虚警概率下,本文算法的检测概率明显高于 RQQCF、TDRQQCF 和 SSQSDF 算法,能给出十分理想的检测结果.测试不同算法对噪声的鲁棒性,在待检测图像中分别添加标准差为 20 的高斯噪声,不同算法的目标检测结果如图 6 所示.

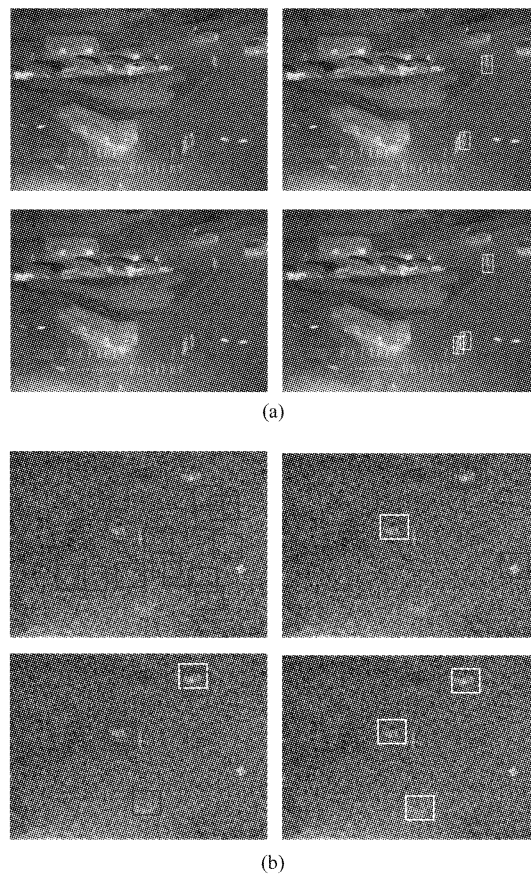


图 6 加噪实验结果(第一列 RQQCF, 第二列 TDRQQCF, 第三列 SSQSDF, 第四列 DDQCF)(a)行人(DDQCF 参数  $C_1/C_2/C$ : 6/6/2);(b)车辆(参数  $C_1/C_2/C$ : 6/6/2)

Fig. 6 Results of noise (First column RQQCF; Second TDRQQCF; Third SSQSDF; Fourth DDQCF). (a) Pedestrian; (b) Vehicle

从图 6 可以看出,RQQCF 对低信噪比图像的检测效果最差,TDRQQCF 能抑制部分噪声,检测效果优于 RQQCF,但仍将路灯等较亮的区域也检测为目标,SSQSDF 大体上检测到目标,输出的目标位置与真实位置有偏差;而本文算法能准确检测到所有目标,对噪声有较好地鲁棒性.其 ROC 曲线如下图 7 所示,TDRQQCF 和 SSQSDF 算法的 ROC 较为接近,而 RQQCF 算法则下降明显,从这两组 ROC 来看,本文算法都明显好于其他算法.

测试各种算法对目标样本数据质量的鲁棒特性,在上述行人和车辆目标训练样本数据中随机混入 30 和 50 个背景样本数据(只占整个目标训练样本数的 1/10),不同算法的检测结果如图 8 所示.

从图 8 可以看出,SSQSDF 算法此时对目标的检测效果最差,因为 SSQSDF 本质上是基于分类的思想,对目标训练样本质量的要求比较严格;

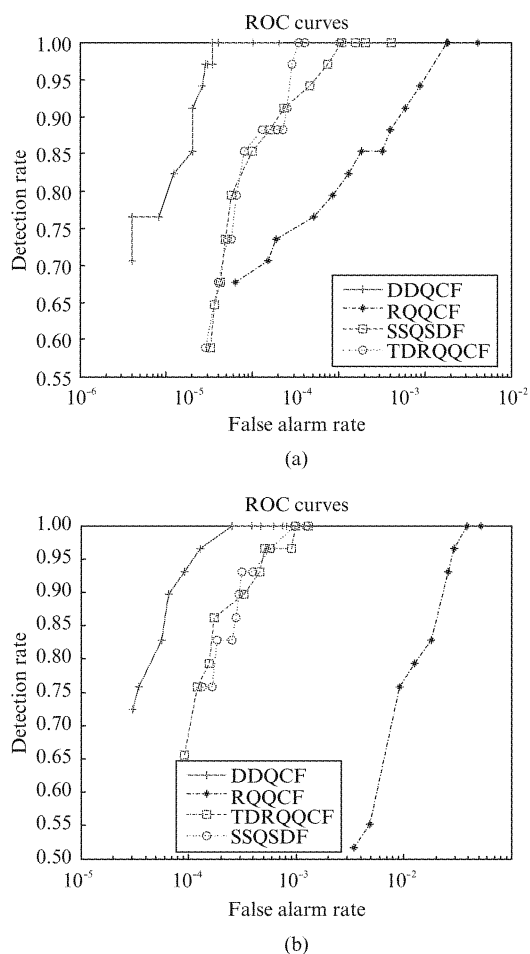


图7 噪声下不同算法的 ROC 曲线(a)行人;(b)车辆  
Fig. 7 ROC curves of noise. (a) Pedestrian; (b) Vehicle

RQQCF 和 TDRQQCF 算法在大量出现虚警目标时,能基本上准确检测到目标;本文算法从中学习目标自相关矩阵基字典,能较好地抑制目标训练样本的质量对自相关矩阵期望估计的干扰,能较为准确地检测到所有目标.为了定量比较算法的性能,以 RQQCF 算法的信噪比增益和背景抑制因子为标准,分别计算不同算法的信噪比增益和背景抑制因子指标,将其他算法性能指标与 RQQCF 相比,如下表 1 所示.本文算法在多种情况下的信噪比增益都最大,有利于目标检测,同时背景的抑制能力也相对较好.

从上述行人和车辆的检测实验中可以看出, RQQCF、TDRQQCF 和 SSQSDF 算法对目标姿态、视角、噪声及背景训练样本有很强的依赖性,受自相关矩阵期望估计的影响较大,其中 RQQCF 受噪声影响较大, TDRQQCF 易将图像较亮的区域误检为目标, SSQSDF 强烈依赖于目标训练样本的质量,而且 SSQSDF 算法难以准确定位目标中心位置.本文算法通过数据本身设计适于该数据的滤波器,通过学

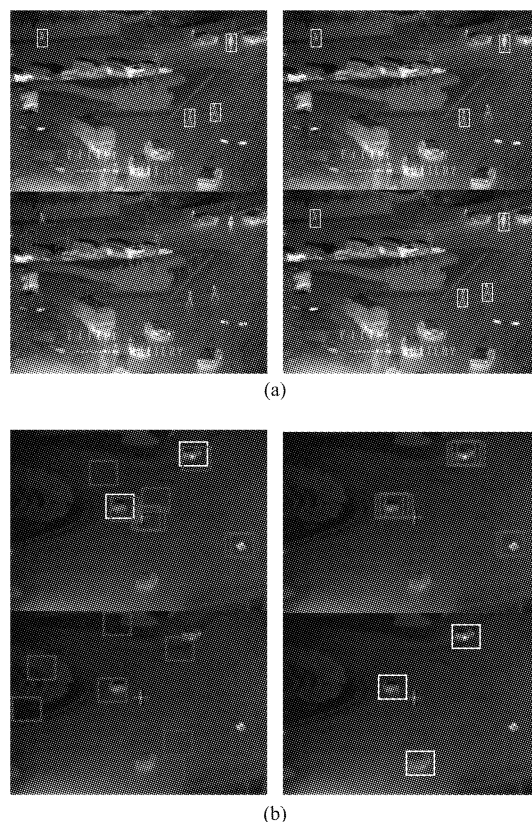


图8 实验结果(第一列 RQQCF,第二列 TDRQQCF,第三列 SSQSDF,第四列 DDQCF)  
(a)行人(DDQCF 参数  $C_1/C_2/C$ : 3/3/2);(b)车辆(参数  $C_1/C_2/C$ : 4/4/4)

Fig. 8 Experimental results (First column RQQCF; Second TDRQQCF; Third SSQSDF; Fourth DDQCF). (a) Pedestrian; (b) Vehicle

习的多个自相关矩阵基,建立对目标最优的自相关矩阵期望和滤波器,对目标姿态变化和噪声干扰等问题有很好的鲁棒性,具有良好的信噪比增益和背景抑制能力,能在复杂条件下取得较好地红外目标检测效果.

表1 不同检测算法性能指标

Table 1 Performance evaluations

图像	指标值	RQQCF	TDRQQCF	SSQSDF	DDQCF
图4(a)	SNRg	1	1.91	1.25	12.55
	BSF	1	14.31	0.98	275.89
图4(b)	SNRg	1	2.3	1.1	5.03
	BSF	1	71.51	0.49	26.96
图6(a)	SNRg	1	3.43	1.92	16.53
	BSF	1	10.74	1.56	545.9
图6(b)	SNRg	1	3.07	3.44	9.87
	BSF	1	4.74	1.30	752.77
图8(a)	SNRg	1	2.05	0.72	12.66
	BSF	1	14.72	71.09	278.5
图8(b)	SNRg	1	1.93	0.64	5.17
	BSF	1	73.43	85.46	27.34



### 3 结论

提出了一种针对数据本身的 QCF 检测算法,并从稀疏编码的观点和样本的固有物理性质出发对自相关矩阵期望给出了一种新的解释,此时自相关矩阵期望不再是一个值,而是从样本数据中学习到的的一组值,能在目标姿态和视角变化及噪声干扰与未知场景下有效检测红外目标,在检测性能和鲁棒性上均有明显提高. 本文所提矩阵基字典的优化方法能处理小样本矩阵数据的稀疏编码问题,在实际应用中有重要意义. 另外,由于基于滤波器的检测算法广泛应用于大量研究和应用中,因此本文提出的数据驱动滤波器设计思想对诸多滤波器算法的改进具有很好的借鉴意义.

### References

- [1] Mahalanobis A, Muise R R, Stanfill S R, *et al.* Design and application of quadratic correlation filters for target detection [J]. *IEEE Trans. Aerosp. Electr. Sys.*, 2004, **40**(3): 837 - 850.
- [2] Zheng W, Lin Z. A new discriminant subspace analysis approach for multi-class problems [J]. *Pattern Recognition*, 2012, **45**(4): 1426 - 1435.
- [3] Muise R, Mahalanobis A, Mohapatra R, *et al.* Constrained quadratic correlation filters for target detection [J], *Appl. Opt.*, 2004, **43**(2): 304 - 314.
- [4] Liu R, Liu E, Yang J, *et al.* Detect infrared point targets based on kernel fukunaga-koontz transform [J]. *J Infrared Millim Waves*, (刘瑞明, 刘尔琦, 杨杰, 等. 核 Fukunaga-Koontz 变换检测红外小目标, *红外与毫米波学报*), 2008, **27**(1): 47 - 50.
- [5] Wu Y, Cheng Y, Zhao Y, *et al.* Infrared target detection using kernel Rayleigh quotient quadratic correlation filter [J]. *J. Infrared Millim Waves*, (吴燕茹, 程咏梅, 赵永强, 等. 基于核 Rayleigh 商二次相关滤波器 (KRQQCF) 的红外目标检测. *红外与毫米波学报*), 2011, **30**(2): 142 - 148.
- [6] Wright J, Ma Y, Mairal J, *et al.* Sparse Representation for Computer Vision and Pattern Recognition [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, **98**(6): 1031 - 1044.
- [7] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: An Algorithm for Designing Overcomplete Dictionaries for Sparse Representation [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, **54**(11): 4311 - 4322.
- [8] Gurumoorthy K, Rajwade A, Banerjee A, *et al.* A Method for Compact Image Representation Using Sparse Matrix and Tensor Projections onto Exemplar Orthonormal Bases [J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2010, **19**(2): 322 - 334.
- [9] Rubinstein R, Zibulevsky M, Elad M. Efficient Implementation of the K-SVD Algorithm using Batch Orthogonal Matching Pursuit [R]. Israel: *Technical Report*, Technion-Israel Institute of Technology, 2008.
- [10] Ragothaman P, Mahalanobis A, Muise R, *et al.* A performance comparison of the transform domain Rayleigh quotient quadratic correlation filter (TDRQQCF) approach to the regularized RQQCF [C]. Orlando, FL: *Proc. SPIE*, 2008, **6967**: 69670P.
- [11] Zhang L, Paul B, Wu X. Multiscale LMMSE-based image denoising with optimal wavelet selection [J]. *IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology*, 2005, **15**(4): 469 - 481.
- [12] ZHAO J, TANG Z, YANG J, *et al.* Infrared small target detection based on image sparse representation [J]. *J Infrared Millim Waves*, (赵佳佳, 唐峥远, 杨杰, 等. 基于图像稀疏表示的红外小目标检测算法. *红外与毫米波学报*), 2011, **30**(2): 156 - 162.