

双光楔两自由度波束导向的理论分析

丁贤澄* 匡定波

(中国科学院上海技术物理研究所, 上海, 200083)

摘要: 从经典的折射方程出发, 建立了双光楔两自由度波束精确导向的物理模型, 分析了光楔转动位置对激光波束指向的影响, 建立了双光楔波束导向的数学方程, 推导了双光楔波束控制方程, 并对双光楔导向速度作较详细的分析.

关键词: 双光楔, 激光测距, 波束导向, 棱镜.

引言

波束导向即使一束光波可控地指向预期方向上, 它在激光雷达^[1]、激光制导^[2]和激光测距^[3]中有着广泛的应用. 波束导向精确与否直接影响到系统性能. 波束导向一般有两种方法: 一是采用机械平台, 即将光学系统直接载于平台上, 通过控制平台转动完成波束导向; 二是采用组合反射镜, 通过控制反射镜的转动达到控制波束方向. 这两种方法都存在精度低的问题, 在机械平台中, 波束导向误差等于平台转动伺服机构的误差, 在组合反射镜中, 波束导向误差则为伺服误差的两倍, 而且结构松散, 无效载荷较大. 国外已推出先进的双光楔波束导向系统^[3,4]. 本文从理论上展现了这种系统波束导向方式, 并重点对双光楔波束导向系统在激光方面的应用进行了分析.

1 双光楔波束导向的理论模型

双光楔波束导向理论分析的重点在于建立导向物理模型和数学模型, 并分析了光楔各个参量对波束方向的影响.

1.1 物理模型

双光楔, 由两个顶角不大的棱镜组成, 可在某个立体角内将光波束导引到任意方向上, 这个立体角称为导向范围(见图1). 波束导向系统并非任意两个光楔都可以组成, 讨论物理模型就是为了寻求用作波束导向的双光楔所必需满足的条件: (1) 双光楔顶角必须完全相等; (2) 双光楔两转轴及两相邻面法线重合; (3) 入射光束方向与光楔转轴一致.

用光束经双光楔的最大偏向角 δ_{\max} 表示双光楔导向范围(见图1(b)). 在满足上述三

本文1991年4月10日收到, 修改稿1991年10月28日收到.

* 通讯地址: 河南, 洛阳017信箱, 471009.

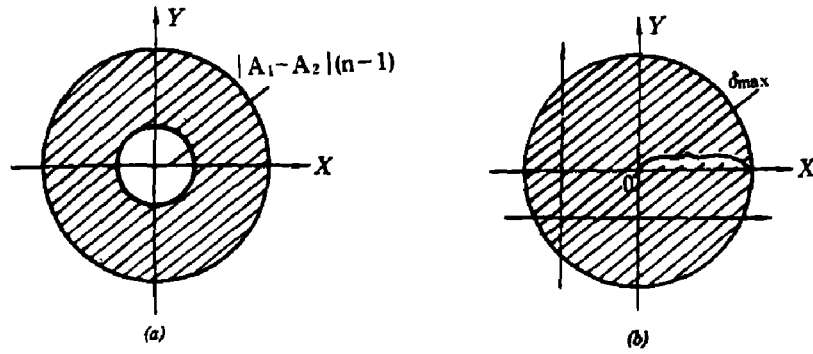


图 1 平面上表示的波束导向范围
(a) 环形导向范围 (b) 对称与非对称导向范围

Fig.1 Beam steering region expressed on a plane
(a) The ring steering region; (b) The symmetric and asymmetric steering region

个必要条件下, 根据光线折射原理, 经不复杂的几何推算可得导向范围

$$\delta_{\max} = \sin^{-1}\{n \cdot \sin[2A - \sin^{-1}(\sin A / n)]\} - A, \tag{1}$$

其中

$$n \leq [\sin^2 A + (1 + \cos 2A - \sin A)^2 / \sin^2 2A]^{1/2}. \tag{2}$$

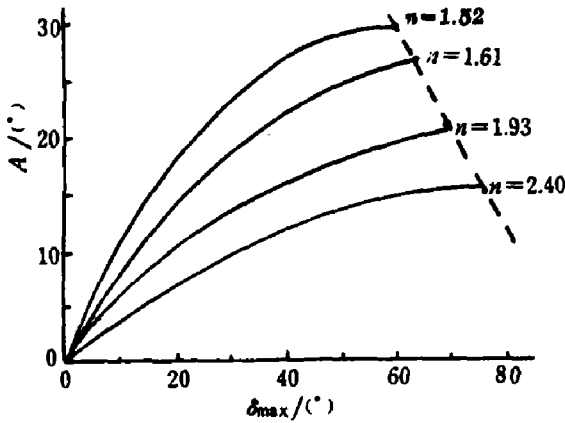


图 2 双光楔波束导向范围与光楔折射率及顶角的关系

Fig.2 Beam steering region vs. refractive index and angle of the edge

在图 2 中, 给出了双光楔导向范围与 A、n 的关系, 其中虚线是式 (2) 取等号时绘出的, 它表示一定材料制成的光楔靠加大顶角所能取得的最大导向范围。

1.2 数学模型

双光楔旋转的角位置与波束方向的函数关系就是我们要建立的双光楔波束导向数学模型。

在处理双光楔波束导向问题中, 主要涉及矢量有: 入射光束矢量(\vec{L}_1); 光楔内光束矢量(\vec{L}_2); 出射光束矢量(\vec{L}_3); 第一折射面法向矢量(\vec{N}_1); 第二折射面法向矢量(\vec{N}_2)。

双光楔系统坐标的 Z 轴和入射光束矢量 \vec{L}_1 相同 (见图 3(a)), 上述矢量都可以用

(θ, δ)表示为

$$[\cos\theta\sin\delta \quad \sin\theta\sin\delta \quad \cos\delta]$$

双光楔相邻面处在 x-y 平面中。用 ψ_1, ψ_2 分别表示光楔 I 和光楔 II 旋转角位置如图 3(b) 所示。依前述, 物理模型的要求有

$$\vec{L}_1 = [0 \quad 0 \quad 1], \tag{3}$$

$$\vec{N}_1 = [\cos\psi_1 \sin A \quad \sin\psi_1 \sin A \quad -\cos A], \tag{4}$$

$$\vec{N}_2 = [\cos\psi_2 \sin A \quad \sin\psi_2 \sin A \quad \cos A]. \tag{5}$$

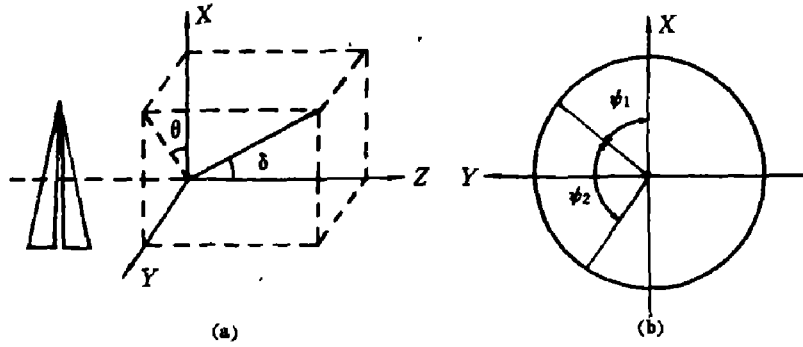


图3 双光楔系统坐标和旋转角位置

(a) 系统坐标 (b) 光楔旋转角位置

Fig.3 Diagram of the system coordinate and edge position

(a) The system coordinate; (b) The dual-edge position

(1) 折射方程^[5]

光线在两媒界面上的折射方程, 用矢量形式可表示为

$$n_i \vec{L}_i \times \vec{N} = n_o \vec{L}_o \times \vec{N}; \quad (6)$$

式(6)中 n_i 、 \vec{L}_i 、 n_o 、 \vec{L}_o 分别表示入射和出射空间折射率与光波矢量, \vec{N} 为界面法向矢量.

(2) 导向方程

由于双光楔两相邻面相平行, 故实际双光楔系统中只有两个折射面 \vec{N}_1 、 \vec{N}_2 ; 依折射方程, 光线在 \vec{N}_1 、 \vec{N}_2 表面折射情况用数学形式可表示为

$$\vec{L}_1 \times \vec{N}_1 = n \vec{L}_2 \times \vec{N}_1; \quad (7)$$

$$n \vec{L}_2 \times \vec{N}_2 = \vec{L}_3 \times \vec{N}_2; \quad (8)$$

当已知 \vec{L}_1 、 \vec{N}_1 、 \vec{N}_2 后, 通过式(7)、(8)可以求出单位矢量 \vec{L}_3 , 也就是说, 当已知双光楔状态(ψ_1, ψ_2)时, 就可唯一地求解出出射光束的方向. 假设出射光束的方向坐标为 (ω, δ) , 则由式(3)、(4)和(5)代入式(7)和(8)可得下列方程组

$$n \sin(A - \Delta) = \sin A, \quad (9)$$

$$-n \sin A \sin(\psi_2 - \psi_1) \cos \Delta = \sin \delta \sin(\omega - \psi_1) \cos A - \cos \delta \sin(\psi_2 - \psi_1) \sin A, \quad (10)$$

$$-n \sin \Delta \sin(\psi_2 - \psi_1) = \sin \delta \cos(\omega - \psi_1) \sin(\psi_2 - \psi_1) - \sin \delta \sin(\omega - \psi_1) \cos(\psi_2 - \psi_1). \quad (11)$$

原则上讲, 通过上述方程可唯一地求解出 (ω, δ) , 但由于求解的复杂性, 使得到 (ω, δ) 关于 (ψ_1, ψ_2) 的解析式非常困难, 故双光楔波束导向方程(9)、(10)、(11)一般适宜用数值方法求解.

为验证导向方程的正确性, 特采用 K_9 玻璃($n=1.5163$)制成顶角为 11.5° 的两个光楔. 光楔I不动, 即 $\psi_1=0$; 光楔II从零位开始依次按间隔 12.5° 顺次取值于 $[0, 360^\circ]$. 按图4(a)记录下实测扫描曲线, 并和数值解出的曲线比较于图4(b). 计算机上解出的 δ 值必须经过 $L \tan \delta$ 变换才能绘到图上, L 表示光楔到记录面的距离. 从图4(b)可见, 实测值“.”和计算值“·”基本吻合, 略有偏差的原因是计算中所用参量含有测量误差.

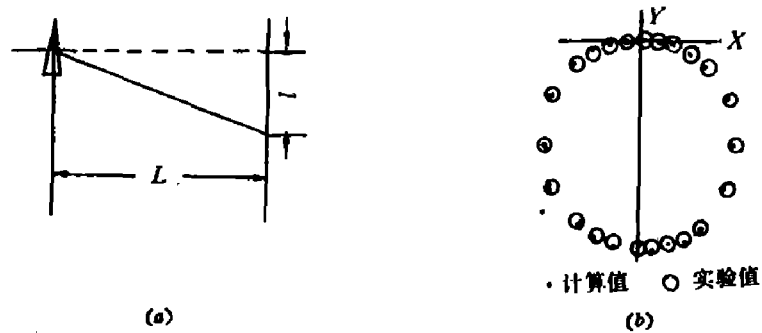


图4 波束导向方向的实验验证

(a) 实验示意图 (b) 实验值与计算值

Fig.4 The measurement and calculation results of beam direction steered by dual-edge

2 双光楔波束控制方程

研究双光楔波束导向的物理、数学模型，目的是通过控制双光楔状态 (ψ_1, ψ_2) 把光束导引到预期方向 (ω, δ) 上；即给出一个控制方程，根据 (ω, δ) 求解出对应光楔状态 (ψ_1, ψ_2) ，通过一定的随动机构将双光楔转到位，此时双光楔就能把波束导引到预期方向 (ω, δ) 上去。

令 $\theta = \psi_2 - \psi_1$ ， $u = \omega - \psi_1$ ，并将其代入式 (10)、(11) 中，通过一定的数学变换可得下列方程组：

$$n \sin(A - \Delta) = \sin A, \quad (12)$$

$$\cos u = \frac{\text{tg}^2 A (\cos \delta - n \cos \Delta)^2 - n^2 \sin^2 \Delta - \sin^2 \delta}{2n \sin \Delta \sin \delta}, \quad (13)$$

$$\cos \theta = \frac{\text{tg}^2 A (\cos \delta - n \cos \Delta)^2 + n^2 \sin^2 \Delta - \sin^2 \delta}{2n \sin \Delta \text{tg} A (\cos \delta - n \cos \Delta)}, \quad (14)$$

$$\psi_1 = \omega - u, \quad (15)$$

$$\psi_2 = \theta + \omega - u. \quad (16)$$

这就是双光楔波束控制方程。方程具体解法为：先由 A 、 n 计算出 Δ ；结合 δ ，并通过式 (13)、(14) 解出 u 和 θ ；再用 u 、 θ 加上 ω 按式 (15) 和 (16) 即可求出光楔位置状态 (ψ_1, ψ_2) 。

3 双光楔波束导向速度

波束导向速度指的是光束空间指向在单位时间内偏折的角度。一般机械平台和组合反射镜光波束偏折的速度与伺服系统的驱动速度成正比，因而可以用伺服机构的最大驱动速度来表征其波束最大导向速度。但双光楔波束导向速度不仅与伺服机构的驱动速度有关，而且还与双光楔位置状态有关。直观地有：伺服机构驱动速度越大，波束导向速度也越大。

导向速度用极坐标 (ω, δ) 表示为

$$v_b = \sqrt{\left(\sin\delta \frac{d\omega}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2}, \quad (17)$$

其中

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{du}{dt} + \frac{d\psi_1}{dt}. \quad (18)$$

用 e 表示光楔 I 和光楔 II 转动速度比, 当 e 取正值时两光楔同向转动, 取负值时则表示两光楔反向转动. 用 v_s 表示光楔 II 的转速, 于是

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{d\psi_2}{dt} - \frac{d\psi_1}{dt} \\ &= v_s(1 - e). \end{aligned} \quad (19)$$

将式(18)、(19)代入式(17)并作相应变化得

$$\frac{v_b}{v_s} = \sqrt{\left\{\sin\delta \left[\frac{du}{d\theta}(1 - e) + e\right]\right\}^2 + \left[\frac{d\delta}{d\theta}(1 - e)\right]^2}, \quad (20)$$

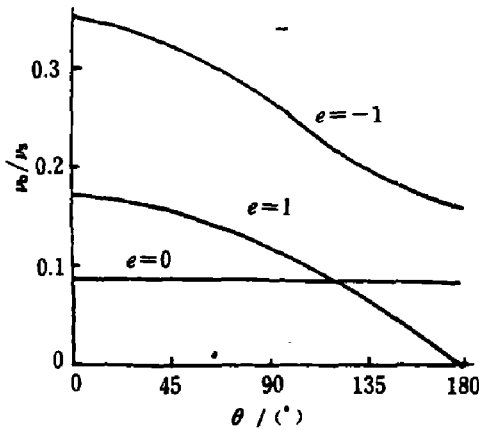


图 5 双光楔波束导向速度关于其状态及转动方式的曲线

Fig.5 Curves of beam steering speed vs. state and rotation mode of dual-edge

式(20)表明 v_b 除与 A 、 n 、 v_s 有关外, 还与双光楔转动方式 e 及双光楔状态 (ψ_1, ψ_2) 有关.

图 5 给出了 $A = 7.9^\circ$ 、 $n = 1.62$ 的双光楔导向速度分布. 式(20)中的 $\frac{du}{d\theta}$ 和 $\frac{d\delta}{d\theta}$ 由导向方程解出. 从图(5)中可见, 双光楔的波束导向速度有一个最大值, 但这个最大值与光楔顶角、折射率、伺服机构的转动速度、转动方式及双光楔夹角等多种因素有关, 所以很难定义一个最贴切的双光楔波束导向速度. 但是, 从图 5 可知, 当光楔伺服系统驱动速度一定时, 唯一导向速度分布和唯一最大导向速度也就确定, 所以表征双光楔波束导向快慢的量可以是双光楔伺服机构的最大驱动速度, 也可以是双光楔最大导向速度.

4 讨论

根据上述分析, 设计了一个双光楔波束导向系统, 其最大优点是精度高. 当光束从 (ω, δ) 微量地偏移 $(\omega + d\omega, \delta + d\delta)$ 时, 偏移前后的夹角为

$$\Delta\delta = \sqrt{(\sin\delta d\omega)^2 + (d\delta)^2}, \quad (21)$$

由于双光楔的对称性, 可以认为两个光楔伺服机构误差一样, 故

$$\Delta\theta = \sqrt{(\Delta\psi_1)^2 + (\Delta\psi_2)^2} = \sqrt{2}\Delta\psi, \quad (22)$$

根据式(21)和式(22)可得

$$\lim_{\Delta\psi \rightarrow 0} \frac{\Delta\delta}{\Delta\psi} = \sqrt{2} \left[\left(\sin\delta \frac{d\omega}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{d\delta}{d\theta} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (23)$$

式(23)表示光楔转动误差传递到导向误差的函数关系。式(23)的形式就是式(20)中 e 取零时的情况,其中多了系数 $\sqrt{2}$ 。从图5中可见,式(23)的值保持在 $\sqrt{2} \times 8 \times 10^{-2} = 0.113$,即双光楔波束导向系统的误差只有伺服机构误差的11.3%。由此可见,双光楔波束导向系统的精度在同样性能的伺服机构驱动下比机械平台和组合反射镜波束导向系统高得多。

参 考 文 献

- 1 Lucy R F. *Applied Optics*, 1965, 5(4): 517~523
- 2 周育才. *航空兵器*, 1989, (1): 1~10
- 3 THMOSON-CSF; *Laser Rangefinder TMV630 Technical Specification*; France, 1985, 13~18
- 4 Ferranti Laser System Group. *The 105D Steerable Laser Rangefinder*, July 1982, The Great British, 21~27
- 5 高凤武 et al. *应用光学*, 北京: 解放军出版社, 1986, 5

THEORETIC ANALYSIS OF 2-D BEAM STEERING WITH DUAL-EDGE

Ding Xiancheng, Kuang Dingbo

(Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

Abstract: The effect of dual-edge rotations on beam direction is discussed. The dual-edge physical mode and the mathematic mode of 2-D precise beam steering are established. From the optical ray refraction theorem, the beam steering formula is deduced. According to this formula, which has been proved by an experiment, the control equation of beam direction is made out and the beam steering speed is analyzed in detail.

Key words: dual-edge, laser ranging, beam steering, prism.