

# 二元神经网络模型中的 Monte Carlo 学习算法\*

路明哲 方志良 刘福来 母国光

(南开大学现代光学研究所, 天津, 300071)

战元龄

(南开大学物理系, 天津, 300071)

**摘要:** 基于作者以前提出的一种单通道双极光学神经网络结构, 利用自适应阈值, 本文提出了一个新的 Monte Carlo 学习算法的判据. 这个判据可以使 Monte Carlo 学习算法进一步改善神经网络的性能.

**关键词:** Monte Carlo 学习算法, 二元神经网络模型, 判据.

## 引言

已有的研究表明, 人脑是以并行方式对信息进行处理的. 从并行处理看, 光学系统相对于电子学系统来说具有明显的优势, 因为光子并不象电子那样容易发生相互作用. 因此, 光学方法被认为是人工神经网络硬件实现的重要途径之一. 但光学系统运算精确度差, 对神经网络模型的选用有一定的限制. 一般说来, 取值范围小的模型比较适合光学神经网络, 这样的系统稳定性较好. 如最早实现的光学神经网络系统就选用了 Clipped 模型<sup>[1]</sup>.

现在, 人工神经网络中最常用、也是最有效的学习算法是 Back-Propagation 算法. 但为了保证在其收敛过程中的一致逼近, 常采用较小的步距, 这就导致了最后的互联权重矩阵的值的范围大, 从而要求系统能够对互联权重精确表示. 对于适合于光学实现的取值范围小的 Clipped 模型和 IPA 模型来说<sup>[2]</sup>, Monte Carlo 算法可能是更简单而有效的学习算法.

本文对 Monte Carlo 学习算法在神经网络中的应用进行了分析. 在我们以前提出的一种单通道双极光学神经网络的基础上<sup>[3]</sup>, 提出了自适应阈值. 根据神经网络内容寻址过程

本文 1993 年 2 月 15 日收到, 修改稿 1993 年 8 月 30 日收到.

\* 国家自然科学基金资助项目.

的特点, 通过利用自适应, 我们提出了 Monte Carlo 学习过程的一个新判据, 能够对网络的性能进行更深入的改进. 并将新判据用于 IPA 模型和 Clipped 模型, 数值模拟的结果表明, 网络的存储容量和容错能力均有较大的提高.

## 1 Clipped 模型中的 Monte Carlo 学习算法

对于离散型的神经网络, 其寻址过程可以表示为

$$V(t+1) = \text{Sgn} \left( \sum_j T_{ij} \cdot V_j(t) - \beta_i \right), \quad (1)$$

式 (1) 中,  $T_{ij}$  为互联权重矩阵,  $V(t)$  为  $t$  次迭代过程的输入矢量,  $V(t+1)$  为  $t$  次迭代的输出矢量,  $\beta_i$  为第  $i$  个神经元的阈值.

当神经网络的结构确定以后, 网络的性能完全由互联权重矩阵决定. 神经网络的学习过程就是对网络的互联权重矩阵元的修改过程. Gardner 和 Derrida 提出了一个评价函数<sup>[4]</sup>:

$$P_{wi}(\{T_{ij}\}) = \sum_m \left[ 1 - \phi \left( V_i^{(m)} \sum_j T_{ij} V_j^{(m)} \left( \sum_j T_{ij}^2 \right)^{-\frac{1}{2}} - K \right) \right], \quad (2)$$

$$P = \sum_i P_{wi};$$

其中,  $K$  是一个和阈值有关的常数,  $P_{wi}$  为第  $i$  个神经元上的出错几率. 他们证明了可以使  $P$  最小的最佳的  $\{T_{ij}\}$  的存在, 并且指出必须采用数值方法寻找最佳的  $\{T_{ij}\}$ . 黄五群等人<sup>[5]</sup>在此基础上, 提出了利用以上判据的 Clipped 模型的 Monte Carlo 学习过程. Clipped 模型矩阵元的取值只能为 1, 0, -1, 由于可能的取值较少, 可以随机选取互联矩阵元, 使其依次取可能的值, 观察  $P$  的变化情况, 找出使  $P$  最小的互联矩阵  $\{T_{ij}\}$ . 这样的学习过程就称作 Monte Carlo 学习算法. 由式 (1) 所表示的寻址过程, 我们注意到, 第  $i_0$  个神经元的出错几率  $P_{wi_0}$  只与  $T_{i_0j}$  ( $j=1, 2, \dots, N$ ) 这  $N$  个互联矩阵元有关, 因此, 为使  $P$  达到最小, 只需对  $P_{wi}$  不等于 0 进行修正, 而且, 修正  $P_{wi_0}$  只需对  $\{T_{i_0j}\}$  这  $N$  个互联矩阵元进行 Monte Carlo 过程. 与直接采用  $P$  作为判据的 Monte Carlo 相比, 可以大大缩短学习时间. 我们将这样的 Monte Carlo 学习算法用于 IPA 模型.

以上的 Monte Carlo 学习过程是以每个神经元的出错几率作为判据的, 即学习过程是为了提高网络的正确识别能力. 我们应该注意到, 关联存储记忆的一个重要特性在于它的联想能力, 为提高网络的联想能力, 我们提出一个 Monte Carlo 学习算法的新判据.

对于一个特定的神经网络, 存储模式集合是网络的全部知识, 网络只需对每个存储模式能够正确识别. 具体到每个神经元, 我们应该设置一个适当的阈值, 可以将所有存储模式的兴奋状态和抑制状态区分开. 设存储模式的集合为  $\{V^{(m)}\}$ , 在第  $i$  个神经元为抑制状态的模式集合为  $\{V^{(m)i}\}$ , 为兴奋状态的模式集合为  $\{V^{(m)e}\}$ ; 当以全模式输入进行内容寻址时, 抑制集合在第  $i$  个神经元输出的最大值为  $U_{\max}$ , 兴奋集合在第  $i$  个神经元输

出的极小值为  $U_{\min}$ ；则我们将第  $i$  个神经元的阈值  $\beta_i$  取作：

$$\beta_i = \frac{U_{\min} + U_{\max}}{2}, \quad (3)$$

这样选取的阈值可以改善系统的容错能力。

由式 (1) 可知，网络模拟输出与阈值之间的差别代表了网络的容错能力。模拟输出  $= \sum_j T_{ij} V_j$ ，阈值  $= \beta_i$ 。结合上述的自适应阈值，我们为 Monte Carlo 过程设置了一个新判据。这个判据要求，关联矩阵元的变化是向着使在相应神经元的存储模式抑制状态集合与兴奋状态的输出有最大差别的方向进行，同时这个神经元的阈值按照式 (3) 选取。和前两种 Monte Carlo 学习过程相比，采用这样的判据可以使网络的性能有更大的改进。由于以前的判据  $P$  是阈值之后的输出，我们发现，经常出现神经元的取值对于网络的  $P$  没有影响，这样我们就没有根据对关联矩阵元进行优化，显然，这样的优化过程是不彻底的。而新判据中是根据未经阈值处理的输出进行判定，可以更明确地表现出各个关联矩阵元及其变化对网络性能的影响。

## 2 自适应阈值光学神经网络结构

我们给出一种可实现自适应阈值的光学神经网络结构。该结构在原则上与 D. Psaltis 提出的光学矢量-矩阵乘法器很相似，因此，此结构可以集成化。

在光学系统中无法直接表现负值，我们首先将寻址过程中出现的负值作一个变换。对于一组双极存储矢量  $\{V_b^{(m)}\}$  (矢量元的取值为 1 或 -1)，相应的互联权重矩阵为  $\{T_{ij}\}$ 。令

$$V_{pi}^{(m)} = \frac{V_{bi}^{(m)} + 1}{2}, \quad (4)$$

$$T_{ijp} = T_{ij} - \min;$$

式 (4) 中  $\min$  是  $T_{ij}$  的极小值，则  $V_{pi}$  和  $T_{ijp}$  均为非负矢量。

网络的内容寻址过程可以表示为

$$\begin{aligned} U_{bi} &= \sum_j T_{ij} V_{bj}^{(m)} - \beta_i \\ &= U_{pi}^{(m)} - \frac{1}{2} \sum_j T_{ij} - \beta_i \\ &= U_{pi}^{(m)} - K_i \\ &= \sum_j (T_{ijp} + \min) V_{pj}^{(m)} - K_i \\ &= \sum_j T_{ijp} V_{pj}^{(m)} - \sum_j (-\min) V_{pj}^{(m)} - K_i \\ &= \sum_j T_{ijp} V_{pj}^{(m)} + (\max - K_i) - (\max + \sum_j (-\min) V_{pj}^{(m)}), \end{aligned} \quad (5)$$

式 (5) 中  $K_i = +\frac{1}{2} \sum_j T_{ij} + \beta_i$ ,  $\max$  是  $\{K_i\}$  的极大值. 因此, 上式中的三项均为非负值.

定义一个  $(N+1)$  维的矢量  $\{V_{pj}^{(m)*}\}$  和  $(N+1) \times (N+1)$  维矩阵  $\{T_{pij}^*\}$ , 其矩阵元为:

$$\begin{aligned} V_{jp}^{(m)*} &= V_{jp}^{(m)}, & j &= 1, 2, \dots, N; m = 1, 2, \dots, M; \\ V_{N+1p}^{(m)*} &= 1, & m &= 1, 2, \dots, M; \\ T_{ijp}^* &= T_{ijp}, & i, j &= 1, 2, \dots, N; \\ T_{iN+1p}^* &= \max - K_i, & i &= 1, 2, \dots, N; \\ T_{N+1N+1p}^* &= \max, \\ T_{N+1p}^* &= -\min, & j &= 1, 2, \dots; \end{aligned} \quad (6)$$

由式 (6) 可知,  $\{V_{pi}^{(m)*}\}$  和  $\{T_{ijp}^*\}$  中的各元素均为非负值. 定义

$$\{U_i^{(m)*}\} = \{T_{ijp}^*\} \{V_{pi}^{(m)*}\}, \quad (7)$$

由式 (5), 双极网络的内容寻址过程可以表示为

$$U_{bi}^{(m)} = U_i^{(m)*} - U_{N+1}^{(m)*}, \quad (8)$$

这就意味着我们可以用非负的矢量-矩阵乘法器直接进行双极神经网络的内容寻址, 这在光学系统中很容易实现. 同时也容易制成光电混合的集成器件. 如上所述,  $K_i$  与网络中各神经元的阈值有关, 因此, 在这样的网络中通过改变  $K_i$  可以实现自适应阈值.

我们利用图 1 所示的光学系统对以上的自适应阈值的双极光学神经网络结构进行了模拟演示. 系统中, 计算机的显示器作为输入器件, 在显示器上显示条形码, 以其亮暗代表神经元的状态; 按照式 (6) 制作的二元面积调制模板表示互联权重矩阵, 输出由 CCD 探测器接收, 阈值过程在计算机中完成, 并将结果反馈到输入器件上. 我们演示了具有 20 个神经元的网络系统.

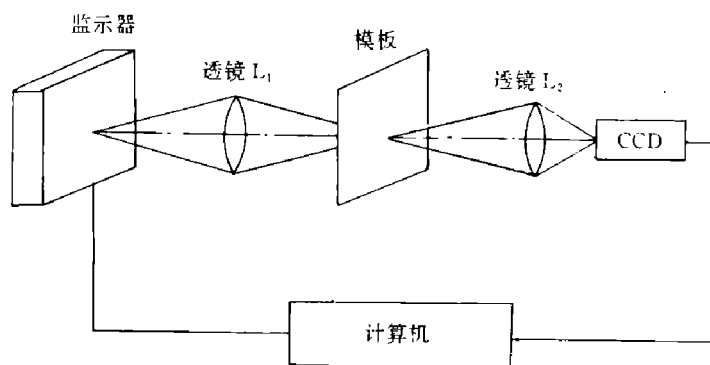


图 1 单通道光学神经网络系统

Fig. 1 Single-channel optical neural network

### 3 Monte Carlo 学习算法新判据的统计分析

为检验我们所提出的 Monte Carlo 学习算法的新判据对神经网络性能的改善，我们对网络的内容寻址过程进行了计算机模拟。首先选择了 9 个  $5 \times 6$  像元的英文字母作为存储模式，按照 IPA 模型构成原始的互联权重矩阵。分别通过以  $P$  为判据的 Monte Carlo 学习过程和采用新判据的 Monte Carlo 学习过程，得到相应的两个学习后的互联权重矩阵。这两个模型的内容寻址结果见图 2。使用原判据不能将这 9 个模式正确存储，而新判据可以得到正确的寻址结果。

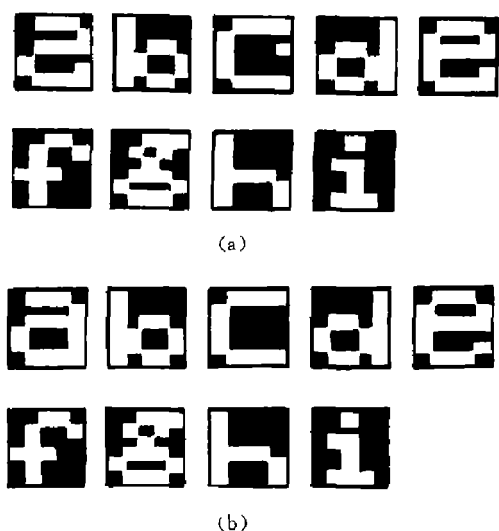


图 2 IPA 模型和经过 Monte Carlo 学习的 IPA 模型的联想输出 (a) IPA 网络输出；(b) 经过学习的 IPA 模型的输出 (与存储矢量相同)  
 Fig. 2 the associative output of IPA model and IPA model with Monte Carlo learning (a) the output of IPA model, (b) the output of IPA through Monte Carlo learning, which is the same as the stored pattern

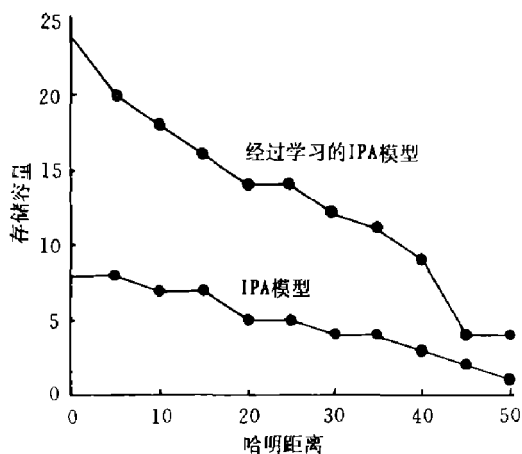


图 3 对于  $N = 100$  的神经网络，寻址矢量具有不同哈明距离时，clipped 模型和经过学习的 clipped 模型的存储容量  
 Fig. 3 Storage capacity of clipped model and clipped model with Monte Carlo learning algorithm vs Hamming distance of addressing vector for  $N = 100$  neural network

我们对 Clipped 模型的 Monte Carlo 学习过程的存储容量进行了统计分析。选用的神经网络系统具有 100 个神经元。测试过程中，选择  $M$  个随机存储矢量，按 Clipped 模型建立相应的互联权重矩阵，并对此互联矩阵进行 Monte Carlo 学习过程。并观测联想结果与存储矢量的重叠度。图 3 为两种判据的 Monte Carlo 学习算法的存储容量。显然，新判据使 Monte Carlo 学习过程的性能有了明显的提高。

### 4 结语

Monte Carlo 学习算法适合于较少灰度级关联矩阵神经网络模型的学习过程。本文对

以往的 Monte Carlo 学习算法进行了分析, 从网络的容错能力入手, 提出了一种 Monte Carlo 学习算法的新判据和实现这个算法的光学神经网络结构. 并对采用新判据的 Monte Carlo 学习过程的性能进行了统计分析, 结果表明, 与原判据相比, 新判据可以使 Monte Carlo 学习过程对神经网络性能的优化得到进一步改善.

### 参考文献

- 1 Farhat NH, Psaltis D, Prata A *et al.* *Appl. Opt.*, 1985;**24**:1469
- 2 Mu Guoguang, Lu Mingzhe, Zhan Yuanling. *Optik*, 1991;**89**(1):11
- 3 Lu Mingzhe, Zhan Yuanling, Mu Guoguang. *Optik*, 1992;**91**(4):178
- 4 Gardner E, Derrida B. *Z. Phys. A: Math. Gen.*, 1988;**21**:271
- 5 Huang W, Gao C, Chen T *et al.* *光学学报*, 1990;**10**:446

## THE MONTE CARLO LEARNING ALGORITHM IN BINARY MODEL OF NEURAL NETWORK\*

LU MINGZHE, FANG ZHILIANG, LIU FULAI, MU GUO GUANG  
(*Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

ZHAN YUANLING  
(*Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

**Abstract:** Based on the architecture of single-channel optical system for bipolar neural network with self-adaptive thresholds which the authors proposed previously, a new criterion for Monte Carlo learning algorithm is presented. With the new criterion, the network can be of higher storage capacity and error tolerance.

**Key words:** Monte Carlo learning algorithm, binary model of neural network, criterion.

---

\*The project supported by the National Natural Science Foundation of China.