

激光与 DNA 作用系统的随机共振研究

邵耀椿 封国林

(扬州大学农学院基础部, 江苏, 扬州, 225009)

摘要 建立了激光与 DNA 分子系统相互作用的 Fokker-Planck 方程, 通过对该方程的数值研究, 发现在绝热近似下, 系统发生随机共振, 噪声强度、激光振幅和频率协同作用, 共同制约着生物系统的演化过程, 噪声强度在生物系统遗传变异过程中可能起着重要作用.

关键词 激光, DNA, Fokker-Planck 方程, 随机共振, 噪声强度.

引言

激光生物学

Q631

非线性科学的兴起, 不仅在物理学等一些学科中得到应用, 而且在生物学领域, 也很有应用前景. 我们曾用混沌理论研究了激光与 DNA 分子作用问题, 指出激光对 DNA 作用时, 存在随机问题^[1], 但在文献[1]中没有作有关的研究. 本文考虑了随机力, 对激光与 DNA 作用进行了深入的研究. 一个非线性系统受到周期驱动外力作用的同时, 又受到随机力作用, 这样的系统可以看成是一个非线性随机振动系统, 可以把它写成朗万之方程, 并进一步转化成相应的 Fokker-Planck 方程来求解. 在本问题的研究中, 发现随机力强度(即噪声强度)影响着激光与 DNA 作用, 使 DNA 分子系统所作出的响应有较强的周期性. 对一定的激光频率和激光强度振幅, 在某噪声强度时, DNA 分子系统响应振幅达极大, 即发生随机共振. 卢志恒、Gammaitoni 等曾对随机共振问题作了研究^{[2][3]}, 但仅局限于物理意义的讨论, 对随机共振问题运用到生物方面的研究至今未见报道. 我们进行激光与 DNA 相互作用的随机共振分析, 是为了研究随机噪声(如温度)对激光育种的影响.

1 激光与 DNA 作用系统 Fokker-Planck 方程的导出

我们曾从 Yomosa 的基转子模型^[4]出发, 提出了激光与 DNA 分子相互作用的运动方程^[1]:

$$A \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \gamma \frac{d\varphi}{dt} + B \sin\varphi + E \cos\omega t = 0, \quad (1)$$

考虑到生物体的内在随机因素, 以及外界环境等的随机因素影响, 引入随机力 $\Gamma(t)$, 则式(1)可写为:

$$A\ddot{\varphi} + \gamma\dot{\varphi} + B\sin\varphi + E\cos\omega t = \Gamma(t), \quad (2)$$

式(2)中随机力 $\Gamma(t)$ 作白噪声处理

$$\langle \Gamma(t) \rangle = 0, \quad \langle \Gamma(t)\Gamma(t') \rangle = 2\epsilon\delta(t-t'), \quad (3)$$

令 $\varphi=x, \varphi=\dot{x}=y$, 则式(2)化为两个一维朗之万方程

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ A\dot{y} = \gamma y - B\sin x - E\cos\omega t + \Gamma(t); \end{cases} \quad (4)$$

相应的 Fokker-Planck 方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x}[yw(x,y,t)] - \frac{\partial}{\partial y}[(-\gamma y - B\sin x - E\cos\omega t)w(x,y,t)] \\ & + \epsilon \frac{\partial^2}{\partial y^2}w(x,y,t). \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)的困难在于在小阻尼情况下,用差分法求解容易发散,而且计算机计算耗费机时,因此常对式(2)作大阻尼简化^[3]来讨论方程的主要演化规律.

在考虑大阻尼下的情况,即 $\gamma \geq A$, 系统的运动状态会很快达到稳态. 并令 $x=\varphi, \dot{x}=\varphi$, 则式(2)简化为

$$\dot{x} = -a\sin x - \beta\cos\omega t + \Gamma(t), \quad (6)$$

式(6)中

$$\langle \Gamma(t) \rangle = 0, \quad \langle \Gamma(t)\Gamma(t') \rangle = 2D\delta(t-t'), \quad (7)$$

这里 $a=B/\gamma, \beta=E/\gamma, D=\epsilon/\gamma$. 相应的 Fokker-Planck 方程为

$$\frac{\partial w(x,y,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}[(-a\sin x - \beta\cos\omega t)w(x,y,t)] + D \frac{\partial^2}{\partial x^2}w(x,y,t). \quad (8)$$

2 激光与 DNA 作用系统的随机共振研究

在小振幅近似下, $\sin x \approx x - \frac{1}{6}x^3$, 表示系统具有双稳势. Fokker-Planck 方程的势函数为 $V(x) = -a(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{24}x^4)$, (见图 1). 势垒高度 $\Delta V = V(0) - V(\pm\sqrt{6}) = -\frac{3}{2}a$, 即势垒高度由状态常数 $a=B/\gamma$ 来确定. 表明 Fokker-Planck 方程的概率密度 $w(x,t)$ 在双稳态之间随时间演化.

Fokker-Planck 方程在很多情况下不能求得一般解析解. 因此我们用有限差分法中的松弛迭代法^[5]来求式(8)数值解

$$w(x_i, t_{j+1}) = \frac{1}{a_0} [a_{+1}w(x_{i+1}, t_{j+1}) + a_{-1}w(x_{i-1}, t_{j+1}) + a_0^0 w(x_i, t_j)], \quad (9)$$

式(9)中

$$\begin{cases} a_0 = \frac{2D}{\Delta x} + \frac{-a \sin(x_{i+\frac{1}{2}}) + a \sin(x_{i-\frac{1}{2}})}{2} + \frac{\Delta x}{\Delta t}, \\ a_{+1} = \frac{D}{\Delta x} - \frac{-a \sin(x_{i+\frac{1}{2}}) - \beta \cos(\omega t_{j+1})}{2}, \\ a_{-1} = \frac{D}{\Delta x} - \frac{-a \sin(x_{i-\frac{1}{2}}) - \beta \cos(\omega t_{j+1})}{2}, \\ a_0^0 = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \end{cases} \quad (10)$$

设 $\omega = \omega f_0$, f_0 为一常数. 取 β , ω 和 D 各种具体数值, 可求得式(8)的数值解 $w(x, t)$ (见图2). 由图2可见, 只需经过一个驱动周期的时间, 即 $t \approx T = \frac{2\pi}{\omega}$, 系统就达到了一个稳态的周期过程. 在达到稳定态后, 概率密度分布有良好的周期性. 在周期外力驱动下, 知道了 $w(x, t)$, 就可求出 $x(t)$ 的期望值:

$$\langle x(t) \rangle = \int x(w(x, t)) dx, \quad (11)$$

因为在达到稳定态后, $w(x, t)$ 将随时间 t 作周期变化, 所以 $\langle x(t) \rangle$ 也是有周期性的. 根据式(6), $\langle x(t) \rangle$ 极大值决定于周期驱动力的振幅 β 、驱动频率 ω' 和随机强度 D . 在绝热近似条件下, 即 $\beta \ll 1$, $\omega' \ll D$, $D \ll \Delta V = V(0) - V(c)$ (c 为双势阱两个稳点, $c = \pm\sqrt{6}$) 时, 可应用线性近似理论, 在概率密度 $w(x, t)$ 的表达式中仅保留 ϵ 的 0 次幂 ϵ^0 和一次幂 ϵ^1 (驱动力振幅 β 很小时用 ϵ 表示), 从而求出期望值 $\langle x, (t) \rangle$ 的时间关系为简谐函数^[6]

$$\langle x(t) \rangle = \frac{\epsilon \langle 1 | \frac{\partial}{\partial x} | 0 \rangle \langle 0 | x | 1 \rangle}{\sqrt{\lambda_1^2 + \omega'^2}} \cos(\omega t + \varphi),$$

式中 $\omega \ll \lambda_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(\Delta V/D)$. 因此 $\langle x(t) \rangle$ 的时间关系可近似表示为

$$\langle x(t) \rangle = x_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (12)$$

式(12)中 x_0 是输出信号振幅, 其意义可视为 DNA 分子系统受激光周期力作用后所作出的响应振幅.

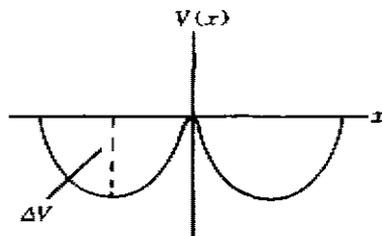


图1 系统的双稳势
Fig. 1 The bistable potential of the system

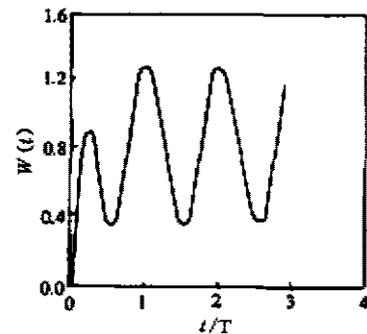


图2 在 $\beta=0.10, \omega'=0.05, D=0.10$ 时, 在 $x=1.0$ 处概率度 w 随时间演化曲线
Fig. 2 The curves of probability density w at $x=1.0$ as a function of time ($\beta=0.10, \omega'=0.05, D=0.10$)

数值计算表明, 噪声强度 D 对输出信号振幅 x_0 有很大影响. 图3给出了周期外力振幅 β 相同 ($\beta=0.1$), ω' 不同时, D 与 x_0 的关系曲线. 由图3可见, 不同 ω' 值的每一条曲线对应都存在着 D_c , 当 $D=D_c$ 时, 输出振幅出现极大值 x_r . 由于 D 的变化而使输出信号振幅变化, 并且在 D 变化到某一值时, 使输出信号振幅达到极大值现象, 即为随机共振. 由图3还可

见,在 β 一定时, ω' 不同, D_r 也不同. 随着 ω' 减小, 峰值位置向 D 减小方向移动, 而且峰更加尖锐了. 说明当 ω' 小时, 噪声强度起的作用更重要. 图 4 是 ω' 一定 ($\omega' = 0.03$) 时, 不同周期外力振幅 β 的 D 与 x_0 关系曲线. 每条曲线都存在 D_r 所对应的极大值, 即也存在着随机共振现象. 可以看出, β 越小峰越明显, β 增大峰向 D 减小方向移动, 且峰趋于平坦. 当 β 趋于某一值时, 随机共振几乎不存在. 这说明周期外力振幅只能介于某一范围; 这与激光育种中, 在小功率激光照射时, 激光强度及剂量也有一定范围是一致的.

随机共振现象表明, 在周期外力(激光)与 DNA 分子系统作用时, β 、 ω 和 D 协同作用, 共同制约着生物系统的一系列演化过程, 噪声强度可能起着重要的作用.

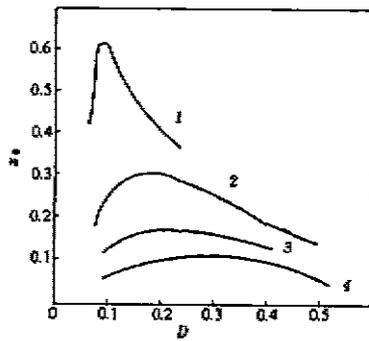


图 3 在 $\beta = 0.1$ 时, 不同 ω' 的一族 x_0 曲线

1— $\omega' = 0.03$ 2— $\omega' = 0.10$
3— $\omega' = 0.25$ 4— $\omega' = 0.50$

Fig. 3 A group of curves $x_0 \sim D$
different ω' at $\beta = 0.1$

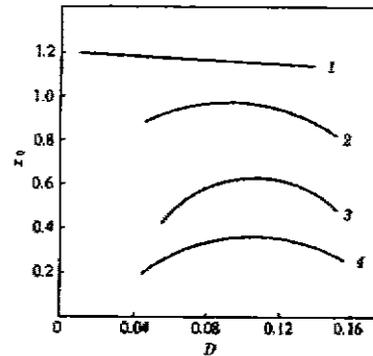


图 4 在 $\omega' = 0.03$ 时, 不同 β 的一族 $x_0 \sim D$ 曲线

1— $\beta = 0.45$ 2— $\beta = 0.25$
3— $\beta = 0.15$ 4— $\beta = 0.05$

Fig. 4 A group of curves $x_0 \sim D$
for different β at $\omega' = 0.03$

3 讨论

式(12)可视为激光与 DNA 相互作用, 引起 DNA 分子系统响应的数学描述. x_0 可认为是引起 DNA 分子系统响应程度的描述, 即激光与 DNA 相互作用有效程度的描述. 随机共振现象的生物学意义为: 激光与 DNA 相互作用, 除了与激光振幅、激光频率有关外, 还与噪声强度 D 有关. 当 $D = D_r$ 时, DNA 分子系统响应达极大值, 这可看作是激光与 DNA 分子作用程度达极大值. 因此在进行激光与 DNA 作用实验时, 如激光育种时, 应当选择适当的噪声强度, 才能获得好的效果.

北京大学沈政^[7]等用同样的功率密度稳频与非稳频 He-Ne 激光, 对大鼠脑 NADH 作用进行了研究, 发现稳频激光比非稳频激光对大鼠脑 NADH 有更显著的生物效应. 稳频激光的频谱窄, 非稳频激光的频谱宽. 频谱窄的噪声强度小, 频谱宽的噪声强度大. 可以认为, 两种激光造成生物效应差异的原因与噪声强度的不同有关. 当然并不是说噪声强度小比大好, 而是要选择一个恰当值. 在该实验中, 可能稳频时的噪声强度比非稳频的噪声强度更接近于 D_r .

噪声强度还与温度有关, 可用 $D = \alpha k T^{[8]}$ 来描述. 其中 T 为热力学温度, k 为玻耳兹曼常数, α 为系数. 随着 T 升高, 由于热运动, 噪声强度就变大. 所以在激光育种时, 应考虑温度

的影响,陈震古^[9]也曾提到温度对激光育种的作用,只是考虑角度有所不同.总之,在激光育种中,要重视温度这一因素.

要弄清温度对激光育种影响的定量关系,可辅以必要的实验工作;对不同激光频率与激光强度,进行温度试验,选择一个较佳的温度范围,可望获得较好的激光育种或激光生物效应的效果.

参考文献

- 1 邵耀椿,封国林. *红外与毫米波学报*, 1995, 14(6): 456~460
- 2 卢志恒,等. *物理学报*, 1993, 42(10): 1556~1565
- 3 Gammaitoni L, et al. *Phys. Rev. A*, 1989, 40: 2114~2119
- 4 Yomosa S. *Phys. Rev. A*, 1984, 30: 474~480
- 5 复旦大学数学系. *微分方程及其数值解*, 上海: 上海人民出版社, 1975(222)
- 6 Hu Gang, Nicolis G, et al. *Phys. Rev. A*, 1990, 42: 2030~2041
- 7 沈政,等. *红外研究*, 1989, 8(5): 395~398
- 8 Risken H. *The Fokker-Planck Equation*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York Tokyo, 1984, 34
- 9 陈震古. *中国激光*, 1987, 14: 382~384

STUDY ON STOCHASTIC RESONANCE OF THE LASER-DNA INTERACTION SYSTEM

Shao Yaochun Feng Guolin

(Department of Basic Science, The Agricultural College of Yangzhou University, Yangzhou, Jiangsu 225009, China)

Abstract The Fokker-Planck equation of the laser and DNA molecules interaction system was built. By studying the numerical calculation of this equation, it was concluded that the stochastic resonance occurred in this system under adiabatic approximation. The noise strength, laser amplitude and laser frequency were cooperative interactions, which together controlled the behavior of the laser-DNA interaction system. The noise strength may play an important role in the genetic variation of biology system.

Key words laser, DNA, Fokker-Planck equation, stochastic resonance, noise strength.