

文章编号: 1001 - 9014(2007)02 - 0031 - 04

一种新型左手介质栅波导滤波特性的分析

程 健, 徐善驾

(中国科学技术大学 电子工程与信息科学系, 安徽 合肥 230027)

摘要:提出了一种新型的基于左手介质的介质栅波导阻带滤波结构, 并采用多模网络与严格模匹配相结合的方法, 对该左手介质栅波导阻带滤波特性进行仔细严格的分析; 给出了主模的 Brillouin 图, 以及滤波结构的归一化中心频率、阻带的宽度和带内最大衰减等特性和结构参数的关系, 并与传统右手介质栅波导作了比较, 说明了产生两者不同特性的原因. 数值结果表明左手介质栅波导的阻带带宽和带内衰减要比通常介质栅波导的阻带带宽和带内衰减大得多. 这些计算结果对于所提新型带阻滤波结构的设计有指导意义.

关键词:左手介质; 周期结构; 介质栅; 滤波结构

中图分类号: TN814 文献标识码: A

ANALYSIS OF FILTER CHARACTERISTICS FOR A NEW TYPE OF DIELECTRIC GRATING WAVEGUIDE BASED ON LEFT-HANDED MATERIALS

CHENG Jian, XU Shan-Jia

(University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: A new type of dielectric grating waveguide filter based on left-handed material (LHM) was proposed and its band-rejected characteristics were carefully analyzed by a method which combines the rigorous mode matching procedure with multimode network method. The Brillouin curve of the dominant mode was calculated and the variations of the normalized center frequency and the bandwidth as well as the maximum attenuation constant in the stopband with the geometry structure parameters were given. Comparisons between the LHM and normal grating structures were presented with some explanations. It is indicated that the bandwidth and the maximum attenuation constant in the stopband for the LHM grating waveguide are much larger than those for the conventional grating structure. The calculated results are of guiding significance for the design of the present kinds of band-rejected filters.

Key words: left-handed materials; periodic structure; dielectric grating; filter structure

引言

左手介质 (Left-Handed Material) 是一种介电常数和磁导率同时为负数的新型人工电磁材料, 1968 年 Veselago 对此种材料进行了系统的理论分析^[1]. 在左手介质中传播的电磁波的相速与群速的方向相反, 其波印亭矢量与电场磁场方向满足左手定则所以称为左手材料^[2]. 近年来, 左手介质及其应用引起人们越来越多的关注.

本文研究左手介质周期结构中电磁波的传输问题, 着重研究由介质栅波导的 $n=0$ 次前向空间谐波与 $n=-1$ 次后向空间谐波的耦合效应而引起的阻

带滤波特性; 给出了其主模的 Brillouin 图以及栅形的空度比、栅高和基板高度对左手介质栅波导主模阻带归一化中心频率、带宽和带内最大衰减常数的影响; 并与传统右手介质栅波导作了比较, 说明了产生两者不同特性的原因. 这些结果对于左手介质栅波导带阻滤波器的研究有参考意义.

1 理论分析

图 1 给出左手介质栅波导和相关参数. 该介质周期结构由半无限空气区域, 左手介质与空气间隔构成的周期层, 以及接地左手介质基板所组成. 为了应用 Floquet 定理来分析左手介质栅波导的滤波

收稿日期: 2007 - 04 - 01, 修回日期: 2007 - 12 - 08

基金项目: 国家自然科学基金 (60471037, 63531020)

作者简介: 程健 (1981-), 男, 安徽绩溪人, 硕士, 研究方向: 介质波导和漏波天线.

Received date: 2007 - 04 - 01, revised date: 2007 - 12 - 08

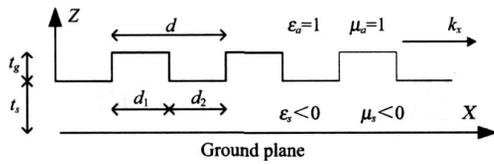


图 1 左手介质栅波导和相关参数
Fig 1 LHM grating waveguide and its related parameters

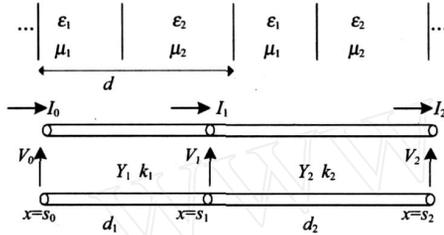


图 2 无界周期介质阵列和周期单元等效传输线模型
Fig 2 Unbounded periodic array of dielectric slabs and e-
quivalent transmission line model of the periodic unit cell

特性,本文假定介质栅的周期数为无限大,实际介质栅波导的周期数总是有限的,但一般认为当周期数大于 30 时有限周期结构的传输问题可以当作无限周期结构的问题进行处理,因此,本文对介质栅的周期数为无限大的假定是可以接受的.为了分析左手介质栅波导的滤波特性,关键是要求出其通带和阻带的复传播常数 k_x . 为此,本文的理论分析分为以下 3 步:首先,求解每一层的本征值问题,包括空气层,周期层以及介质基板层;其次利用每两层交界面的电磁场边值条件,得到每一层导纳矩阵的转换关系,最后通过广义横向谐振方法建立整个结构的色散方程,求解这个方程就可以得到 k_x .

为了求解周期层的本征值问题,我们先分析如图 2 所示的无界周期介质阵列结构,而每一个阵列单元可以用图 2 显示的传输线电路来等效.

根据 Floquet 理论,我们有:

$$\begin{bmatrix} V_2 & I_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} V_0 & I_0 \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

我们假设其中的一个根为: $\gamma_1 = e^{-j\gamma_1 x d}$, 另一个根就是: $\gamma_2 = e^{j\gamma_2 x d}$. 根据传输线理论,整个色散方程可以写成

$$\begin{aligned} \cos(k_x d) &= \cos(k_1 d) \cos(k_2 d) - 1/2 [(Z_1/Z_2) \\ &+ (Z_2/Z_1)] \sin(k_1 d) \sin(k_2 d). \end{aligned} \quad (2)$$

对 TM: $Z_i = 1/Y_i = k_i / \epsilon_0 \mu_0$, $k_i^2 = k_0^2 \mu_i - k_z^2$, $i = 1, 2$ 其中 ϵ_0 和 μ_0 分别表示真空中的介电常数和磁导率,而 ϵ_i 和 μ_i 分别表示周期阵列中第 i 层介质的

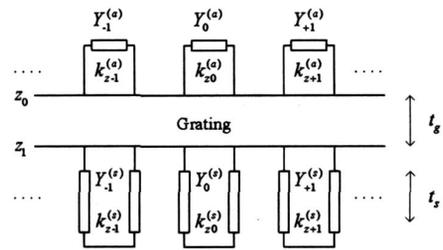


图 3 介质栅结构的等效网络模型
Fig 3 Equivalent network of the dielectric grating structure

相对介电常数和相对磁导率.

在传输线网络中,对于每一个特征激励,可以得到传输线上的电压和电流分布 $V(x)$ 和 $I(x)$,对它们进行 Fourier 展开,对于每一个 Floquet 模,我们都可以将它表示成空间谐波之和,并确定其空间谐波幅度.

从以上的分析可以得出,周期结构的本征解满足 Floquet 条件,可以表示成在整个结构中激发的空间谐波的和;所以空气层和基板层的本征解应该表示成无数条传输线,每一条传输线代表一个空间谐波.整个介质栅波导可以表示成如图 3 的多模网络结构.

对于均匀介质,在界面 $z = z_0$ 上,向空气层看去的导纳矩阵 Y_a 是一个对角矩阵:

$$\begin{aligned} Y_a &= ({}_n Y_n^{(a)}) \quad (3) \\ Y_n^{(a)} &= \epsilon_0 / k_{zn}^{(a)} \quad k_{zn}^{(a)2} = k_0^2 - k_{xn}^2 \quad k_{xn} = k_{x0} + 2n / d \end{aligned}$$

同样在 $z = z_1$ 界面上,向下看去的接地均匀介质基板的导纳矩阵 Y_s 也是一个对角矩阵:

$$\begin{aligned} Y_s &= (- {}_n j Y_n^{(s)} \cot(k_{zn}^{(s)} t_s)) \quad (4) \\ Y_n^{(s)} &= \epsilon_s / k_{zn}^{(s)} \quad k_{zn}^{(s)2} = k_0^2 \mu_s - k_{xn}^2 \\ k_{xn} &= k_{x0} + 2n / d \end{aligned}$$

在确定了周期结构的本征模以后,每一层的导纳矩阵的转换关系可以通过交界处的电磁场边界条件得到.在半无限空气层的输出导纳矩阵 Y_a 的元素 $Y_{mm}^{(a)}$ 得到后,空气层中的电磁场分量在 $z = z_0$ 界面上可以表示成矢量形式如下:

$$\mathbf{H}_m^{(a)}(z_0) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Y_{mm}^{(a)} [\mathbf{i} \times \mathbf{E}_m^{(a)}(z_0)] \quad (5)$$

相对应的标量模矩阵形式为:

$$\mathbf{H}_r^{(a)}(z_0) = Y_a \mathbf{E}_r^{(a)}(z_0) \quad (6)$$

根据 $z = z_0$ 界面上电磁场的连续性条件,可知电磁场在 $z = z_0$ 的界面上应该有如下关系

$$\mathbf{H}_m(z_0) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Y_{mm}^{(a)} [\mathbf{i} \times \mathbf{E}_m(z_0)] \quad (7)$$

\mathbf{E}_m 和 \mathbf{H}_m 分别表示周期层中第 n 次空间谐波的电场和磁场分量.我们同样可以得到其标量模矩阵

形式为:

$$\mathbf{H}_t(z_0) = \mathbf{Y}_a \mathbf{E}_t(z_0). \quad (8)$$

同样在 $z = z_1$ 界面上有下式表示的关系:

$$\mathbf{H}_t(z_1) = \mathbf{Y}_1 \mathbf{E}_t(z_1). \quad (9)$$

\mathbf{Y}_1 是在 $z = z_1$ 界面上, 向上周期层看去的导纳矩阵.

对 $z_0 \leq z \leq z_1$ 范围内的周期层的切向场进行 Fourier 展开, 可得第 n 次 Fourier 分量为:

$$E_m(z) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} V_{nl} [a_l e^{-jk_z F} + b_l e^{jk_z F}], \quad (10)$$

$$H_m(z) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} I_{nl} [a_l e^{-jk_z F} - b_l e^{jk_z F}], \quad (11)$$

其中 a 和 b 分别是周期层中的第 l 次 Floquet 模沿 z 方向传播的前向波和后向波的幅度, V_{nl} 和 I_{nl} 则是 x 方向电压和电流分布 $V_l(x)$ 和 $I_l(x)$ 的第 n 次空间谐波的幅度. k_z 则是第 l 次 Floquet 模沿 z 方向的传播常数. 设在 $z = z_0$ 界面上从下向上看去的反射矩阵为 \mathbf{R} , 那么有以下关系成立:

$$e^{jk_z z_0} \mathbf{b} = e^{-jk_z z_0} \mathbf{a}, \quad (12)$$

$$e^{jk_z z_0} = \begin{pmatrix} n_l e^{-jk_z F_0} \\ n_l e^{jk_z F_0} \end{pmatrix} \quad e^{-jk_z z_0} = \begin{pmatrix} n_l e^{-jk_z F_0} \\ n_l e^{jk_z F_0} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{a} = [\dots a_1 \ a_0 \ a_{-1} \ \dots]^T \quad \mathbf{b} = [\dots b_1 \ b_0 \ b_{-1} \ \dots]^T$$

综合式 (10) 和 (11)、(12), 根据式 (8) 得到:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{I} + \mathbf{Y}_a \mathbf{V})^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{Y}_a \mathbf{V}), \quad (14)$$

这样我们求得了在 $z = z_0$ 界面上从下向上看的反射矩阵 \mathbf{R} , 再利用式 (10)、(11)、(12), 根据式 (9) 得从 $z = z_1$ 界面向上看去的输入导纳矩阵 \mathbf{Y}_1 :

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{I} [1 - e^{-jk_z t_g} e^{-jk_z t_g}]^{-1} [1 - e^{-jk_z t_g} e^{-jk_z t_g}]^{-1} (\mathbf{V}^{-1}), \quad (15)$$

其中 \mathbf{I} 代表单位矩阵.

而从 $z = z_1$ 界面向下看去的基板层的导纳矩阵 \mathbf{Y}_s 可以由式 (4) 得到. 因此, 此周期结构的边值问题的复本征值可以由在 $z = z_1$ 的广义横向谐振条件得到

$$\det[\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_s] = 0. \quad (16)$$

通过求解这个方程就可以得到介质周期结构的复传输常数 $k_y = \alpha - j\beta$. 该波导的带阻滤波特性也就随之确定了^[3,4].

2 数值结果

这里采用常用的左手介质频变模型^[5], 相对介电常数 ϵ_r 和相对磁导率 μ_r 与频率的关系为:

$$\epsilon_r(\omega) = 1 - \frac{F^2}{\omega^2 - \omega_0^2} \quad \mu_r(\omega) = (1 - F^2) / (\omega^2 - \omega_0^2)$$

其中 $F = 1.7$, $\omega_0/2\pi = 19.2\text{GHz}$, $\omega_0/2\pi = 3.8\text{GHz}$. 在这个模型下相对介电常数和磁导率同时为负的频段是 $f = 3.8\text{GHz}$ 到 19.2GHz , 即在这个频段下这种

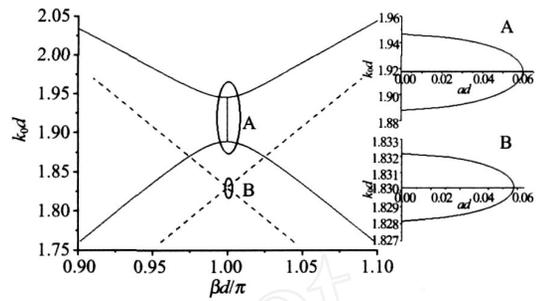


图 4 介质栅波导中主模的 Brillouin 图
Fig 4 Brillouin diagram of dominate mode in the dielectric grating waveguide $t_s = 10\text{mm}$, $t_g = 0.6\text{mm}$, $d = 10\text{mm}$, $d_1/d = 0.5$

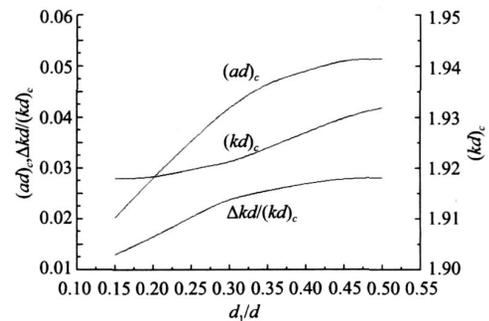


图 5 空度比对左手介质栅波导主模阻带归一化中心频率、带宽和最大衰减常数的影响

Fig 5 Effect of the aspect ratio on the normalized center frequency, bandwidth and the maximum attenuation constant for the dominate mode in the LHM grating waveguide $t_s = 10\text{mm}$, $t_g = 0.6\text{mm}$, $d = 10\text{mm}$

介质显左手特性. 我们对其扫频计算的频段约为 $f = 8.4\text{GHz}$ 到 10GHz , 在此左手性频段内, 相对介电常数的平均值约为 -3.5 ; 而相对磁导率 μ_r 平均值约为 -1.06 . 以此我们取与左手介质比较的通常介质为 $\epsilon_r = 3.5$ 和 $\mu_r = 1$.

图 4 显示了左手介质和通常介质周期栅波导的主模的 Brillouin 图. A 和 B 分别显示了放大的阻带色散曲线. 和预计的一样, B 反射发生在 $d = \lambda/2$ 处, 在此频率段中其传播常数为复数, 形成阻带. 阻带的产生是由于 $n=0$ 次前向与 $n=-1$ 次后向空间谐波在此处发生耦合. 由图 4 可以观察到, 左手介质栅波导的阻带带宽要远大于通常介质栅波导的阻带带宽, 而由 A 和 B 可知左手介质栅波导阻带中最大衰减常数也要比通常介质栅波导大一个数量级, 这说明左手介质栅波导基波与 $n=-1$ 次谐波的耦合效应比通常介质栅波导要强. 所以利用左手介质栅波导可以获得比通常介质栅波导大得多的阻带带宽和带内衰减.

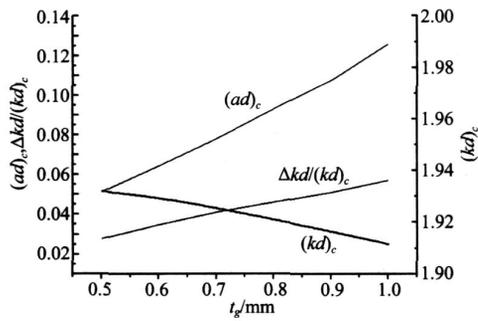


图 6 栅高对左手介质栅波导主模阻带归一化中心频率、带宽和最大衰减常数的影响

Fig 6 Effect of the grating height on the normalized center frequency, bandwidth and the maximum attenuation constant for the dominate mode in the LHM grating waveguide $t_g = 10\text{mm}$, $d = 10\text{mm}$, $d_1/d = 0.5$

图 5 显示了空度比 d_1/d 对左手介质栅波导主模阻带归一化中心频率 $(kd)_c$ 、带宽 $kd/(kd)_c$ 和最大衰减常数 $(ad)_c$ 的影响。如图所示, $(ad)_c$ 的变化趋势与 $kd/(kd)_c$ 的变化趋势基本相同。这是因为最大衰减常数 $(ad)_c$ 和阻带带宽 $kd/(kd)_c$ 与基波同 $n = -1$ 次谐波耦合的强弱有相同的依赖关系。所以耦合越强烈,这两个参数就都越大。当 $0 < d_1/d < 0.3$ 时,归一化最大衰减常数 $(ad)_c$ 和归一化阻带带宽 $kd/(kd)_c$ 随着 d_1/d 的增大迅速增长,但随着 d_1/d 继续增大,这两个参数增长变慢,这个现象表明为了获得大的阻带带宽和带内衰减,介质栅不宜选得太宽。与通常介质栅波导不同的是,随着 d_1/d 的增大,归一化中心频率 $(kd)_c$ 也增大,而不是减小。这是因为对于通常介质介电常数值是不变的,随着频率的增加波导的有效介电常数跟着增大。同时, d_1/d 的增加,也会使波导的有效介电常数增大,这样,发生谐波耦合处的频率会降低,所以中心频率是减小的。但是对于左手介质,其介电常数绝对值随着频率增大而减小,导致波导的有效介电常数也随之减小。而随着 d_1/d 增加,波导的有效介电常数是增大的,这样发生谐波耦合处的频率升高,结果其中心频率反而增大。

图 6 显示了栅高度 t_g 对左手介质栅波导主模阻带归一化中心频率 $(kd)_c$ 、带宽 $kd/(kd)_c$ 和最大衰减常数 $(ad)_c$ 的影响。从图 5、6 中,可以发现随着栅高度 t_g 的增加,归一化中心频率 $(kd)_c$ 迅速降低,而归一化阻带最大衰减常数 $(ad)_c$ 和带宽 $kd/(kd)_c$ 却迅速增加,这是因为随着栅高的增加,谐波间的耦合也跟着增大的缘故。图 7 显示的是基板高

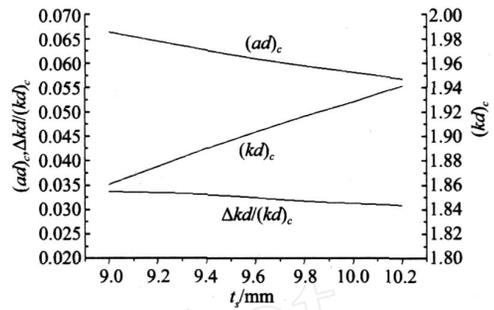


图 7 基板高度对左手介质栅波导主模阻带归一化中心频率、带宽和最大衰减常数的影响

Fig 7 Effect of the substrate height on the normalized center frequency, bandwidth and the maximum attenuation constant for the dominate mode in the LHM grating waveguide $t_g = 0.6\text{mm}$, $d = 10\text{mm}$, $d_1/d = 0.5$

度 t_g 对左手介质栅波导主模阻带归一化中心频率 $(kd)_c$ 、带宽 $kd/(kd)_c$ 和最大衰减常数 $(ad)_c$ 的影响。从图 8 可见随着基板高度的增加,归一化中心频率 $(kd)_c$ 迅速增大。这一点也是与通常介质栅波导不同的,其理由与图 5 中的情况相类似,这里不再赘述。同时随着基板高度增加,归一化阻带最大衰减常数 $(ad)_c$ 迅速降低,这是因为随着基板高度的增加,周期层中的电磁场减小了,谐波间的耦合也跟着减弱的缘故。不过归一化阻带带宽 $kd/(kd)_c$ 的减小不明显。

3 结论

本文提出了一种新型的基于左手介质的介质栅波导结构,并采用多模网络结合严格模匹配的方法仔细分析了它的带阻特性。文中给出了主模的 Brillouin 图,以及导波结构参数对于其归一化中心频率、阻带带宽、以及最大带内衰减常数的影响,并解释了产生这种影响的原因。数值结果表明左手介质栅波导的阻带带宽和带内衰减要比通常介质栅波导的阻带带宽和带内衰减大得很多。这些数据对所提的新型介质栅波导滤波结构的设计有指导意义。

REFERENCES

- [1] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Sov Phys Usp*, 1968, 10: 509—514.
- [2] Ziolkowski R W. Wave propagation in media having negative permittivity and permeability [J]. *Physical Review E*, 2001, 64(3): 056625—056640.
- [3] XU Shan-jia, ZHENG Feng-hua. Multimode network analysis for dielectric leaky-wave antennas consisting of multilayer periodic structure with arbitrary dielectric distributions [J].

(下转 64 页)

特点. TM模与TE模的主要区别在于考虑的电场分量不一样,两种传播模式又有一定的相似性,都是震荡衰减的形式.对于SBN晶体通过激发TM模式,可以有效的利用最大的电光张量元 k_{33} ,得到能量在表面相对集中的表面波.对于其它的晶体如 $BaTiO_3$,若要利用最大的电光张量元 k_{51} ,可采用45度角切割的方法制备样品使其得以有效利用.当空气介质换为其他介质时,表面波的模式和特征将会由于介质的不同而略有差别,但总体原理和特性与本文的结果相类似.本文对于光折变表面光波导的研究具有指导意义,而光折变表面光波导因为存在于表面具有与普通波导^[9]相比特殊的价值,所以本文的研究具有很重要的意义.

REFERENCES

- [1] Garcia Quirino G S, Sanchez-Mondragon J J, Stepanov S Nonlinear surface optical waves in photorefractive crystals with a diffusion mechanism of nonlinearity [J]. *Phys Rev A*, 1995, **51**: 1571—1577.
- [2] ZHANG Tian-Hao, WANG Bing-Hui, REN Xiang-Kui, et al Influence of the external field on photorefractive surface waves [J]. *Optics Communications*, 2006, **265**: 649—654.
- [3] ZHANG Tian-Hao, REN Xiang-Kui, WANG Bing-Hui, et al Modes of photorefractive surface waves [J]. *Journal of Modern Optics*, 2007, **54**: 1445—1452.
- [4] ZHANG Tian-Hao, LU Yan-Zhen, KANG Hui-Zhen, et al Experiment on PR SEW of SBN crystal [J]. *Acta Phys Sin* (张天浩,路彦珍,康慧珍,等.铌酸锶钡光折变表面电磁波实验.物理学报), 2005, **54** (10): 4688—4691.
- [5] Smolyaninov I I, Lee C H Davis C C. Giant enhancement of second harmonic generation in $BaTiO_3$ due to photorefractive surface wave excitation [J]. *Phys Rev L*, 1999, **83** (12): 2429—2432.
- [6] ZHANG Tian-Hao, YANG Jia, KANG Hui-Zhen, et al Surface second-harmonic generation in $Sr_{0.6}Ba_{0.4}NbO_3$ with a nonlinear diffusion mechanism [J]. *Phys Rev B*, 2006, **73**: 153402—153404.
- [7] ZHANG Tian-Hao, KANG Hui-Zhen, LU Yan-Zhen, et al Photorefractive surface electromagnetic waves at the interface between SBN crystal and air [C]. *Proceeding Volume (OSA), Trends in Optics and Photonics Series, Photorefractive Effects, Materials, and Device*, 2005, 412—416.
- [8] ZHANG Tian-Hao, YANG Da-Peng, LU Yan-Zhen, et al Theoretical research of PR SEW at the $LNbO_3/Air$ Interface [C]. *Proceeding Volume (OSA), Trends in Optics and Photonics Series, Photorefractive Effects, Materials, and Device*, 2005, 451—456.
- [9] NIU Xin-Jian, YU Sheng, LI Hong-Fu, et al Design mode coupling for overmoded bent circular waveguide [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (牛新建,喻胜,李宏福,等.过模弯曲圆波导模式耦合设计.红外与毫米波学报), 2006, **25** (1): 67—70.
- [1] Garcia Quirino G S, Sanchez-Mondragon J J, Stepanov S Nonlinear surface optical waves in photorefractive crystals with a diffusion mechanism of nonlinearity [J]. *Phys Rev A*, 1997, **18** (6): 1223—1240.
- [4] Jin Hengzhen, Xu Shanjia Analysis of filter characteristics for a circular periodically corrugated dielectric Rod Waveguide with mode matching method [J], *Chinese Journal of Electronics*, 2003, **12** (2): 301—304.
- [5] Paolo Baccarelli, Paolo Burghignoli, Fabrizio Frezza, et al Fundamental modal properties of surface waves on metamaterial grounded Slabs [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2005, **53** (4): 1431—1442.
- [6] ZHANG Zhong-Xiang, ZHU Qi, XU Shan-Jia Application of left-handed microstrip transmission line in the design for millimeter wave microstrip array [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (张忠祥,朱旗,徐善驾.左手微带传输线在毫米波天线阵中的应用.红外与毫米波学报), 2005, **24** (5): 341—343.

(上接 34页)